Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Mathematik
09107 Chemnitz

Gewöhnliche Differentialgleichungen
Vorlesung Prof. Lanckau – SS 1998 – 13. Übung

1. Man besttimme die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungssysteme.

   (a)
   $$\begin{aligned} t * \dot{u}(t) &= u(t) + 3v(t) + t, \\ t * \dot{v}(t) &= u(t) - v(t), \end{aligned}$$
   $t \in (0, \infty)$

   (b)
   $$\begin{aligned} \dot{u}(t) + 2t\dot{v}(t) + (2t+2)v(t) \qquad &= 0, \\ t\dot{u}(t) + t^2\dot{v}(t) - u(t) + (t^2+t)v(t) &= 0. \end{aligned}$$

2. Man löse das folgende System:
   $$\begin{aligned} \dot{x}(t) + \dot{y}(t) + y(t) \qquad &= 1 \\ \dot{x}(t) + 2x(t) - \dot{z}(t) + z(t) &= 1 \\ \dot{y}(t) + y(t) + \dot{z}(t) + 2z(t) &= 0. \end{aligned}$$

3. Gegeben sei das Dgl.-system
   $$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -x(t) + y(t) \\ \dot{y}(t) &= -y(t) + 4z(t), \\ \dot{z}(t) &= x(t) - 4z(t), \end{aligned}$$
   welches die Bahn eines Massepunktes im Raum beschreibt. Kann man den Startpunkt für t=0 so wählen, daß die Bahn des Punktes durch den Ursprung geht. Was geschieht für $t \to \infty$?

4. Man bestimme die Trajektorien des Systems
   $$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -\alpha_1 x(t) + \beta_1 x(t)y(t) \\ \dot{y}(t) &= \alpha_2 y(t) - \beta_2 x(t)y(t) \end{aligned}$$
   $\alpha_i, \beta_i \geq 0$