Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Mathematik
09107 Chemnitz

Gewöhnliche Differentialgleichungen
Vorlesung Prof. Lanckau – SS 1998 – 12. Übung

1. Man löse die folgenden Differentialgleichungssysteme durch Umwandeln in eine Gleichung

(a) $$\begin{aligned} y'(x) &= 2y(x) + z(x) + x, \\ z'(x) &= y(x) + 3z(x) + 1 \end{aligned}$$

(b) $$\begin{aligned} \dot{u}(t) &= -3u(t) - v(t) + t, \\ \dot{v}(t) &= u(t) - v(t) + t^2 \end{aligned} \qquad u(0) = -\frac{3}{8},\ v(0) = \frac{1}{8}$$

(c) $$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= z(t) - y(t), \\ \dot{y}(t) &= z(t), \\ \dot{z}(t) &= z(t) - x(t) \end{aligned}$$

(d) $$\begin{aligned} y'(x) &= 4y(x) + 5z(x) + 4e^x \cos x \\ z'(x) &= -2y(x) - 2z(x) \end{aligned} \quad , \quad y(0) = 0,\ z(0) = 0.$$

2. Man finde die Lösung der folgenden Probleme durch Berechnung der Eigenwerte

(a) $$\begin{aligned} \dot{u}(t) &= u(t) + v(t) + t, \\ \dot{v}(t) &= 4u(t) - 2v(t) + t^2 \end{aligned} \quad , \quad u(0) = 0,\ v(0) = 5.$$

(b) $$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -2x(t) + y(t) - 2z(t), \\ \dot{y}(t) &= x(t) - 2y(t) + 2z(t), \\ \dot{z}(t) &= 3x(t) - 3y(t) + 5z(t) \end{aligned}$$

(c) $$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -x(t) + y(t) \\ \dot{y}(t) &= -y(t) + 4z(t), \\ \dot{z}(t) &= x(t) - 4z(t) \end{aligned}$$

(d) $$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= 2x(t) + y(t) + 4z(t) \\ \dot{y}(t) &= 2y(t) + z(t) - w(t), \\ \dot{z}(t) &= 2z(t) + w(t) \\ \dot{w}(t) &= 2w(t) \end{aligned}$$

3. Man finde die Lösung des AWP

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 + k(x_1 - x_2) &= 0, \\ m_2\ddot{x}_2 + k(x_2 - x_1) &= 0. \end{aligned} \ , x_1(0) = x_2(0) = \dot{x}_2(0) = 0,\ \dot{x}_1(0) = v_0.$$

4. Man bestimme die partikuläre Lösung des folgenden inhomogenen Systems mit Variation der Konstanten.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= 4x(t) + y(t) - 36t \\ \dot{y}(t) &= -2x(t) + y(t) - 2e^t, \end{aligned}$$