

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Vorlesung Prof. Lanckau – SS 1998 – 10. Übung

1. Man löse die folgenden Eulerschen Gleichungen

(a) $x^4 y^{IV} + 3x^2 y'' - 7xy' + 8y = 0$,

(b) $x^3 y''' + 3x^2 y'' - xy' + 4y = 0$.

2. Man finde die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen bzw. löse das AWP:

(a) $x^2 y'' - 7xy' + 15y = x$, $y(1) = 0$, $y'(1) = 0$,

(b) $x^2 y''' - xy'' + y' = 3x^2$,

(c) $x^2 y'' - 2y = x^2 + \frac{1}{x}$,

3. Man bestimme $w = w(r)$ aus der Randwertaufgabe

$$w^{IV} + \frac{2}{r} w''' - \frac{1}{r^2} w'' + \frac{1}{r^3} w' = \frac{p}{K}, \quad (p, K \text{ const}),$$

$$\lim_{r \rightarrow +0} w(r) \text{ und } \lim_{r \rightarrow +0} w''(r) \text{ sollen existieren.}$$

(a) $w(R) = 0$, $w'(R) = 0$,

(b) $w(R) = 0$, $w''(R) + \frac{\mu}{R} w'(R) = 0$

Die Aufgabe beschreibt die Durchbiegung einer Kreisplatte unter der Flächenlast p [$\frac{N}{m^2}$]; Biegesteifigkeit der Platte K [Nm], Querkontraktionszahl μ .

Am Rand $r = R$ ist die Platte eingespannt (Fall a)) oder drehbar gelagert (Fall b)).

4. Man gebe die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung an:

$$y'' + \frac{x}{1-x} y' - \frac{1}{x-1} = x - 1$$

5. Man betrachte das AWP $x''(t) + 2x(t) + 4x(t) = 3\sin 2t$, $x(0) = 0.5$, $x'(0) = 0.5$ und berechne Amplitude und Phasenverschiebung der stationären Lösung.

6. Man bestätige am Beispiel folgenden Sachverhalt: Die Gleichung

$y''(x) + ay'(x) + by(x) = p(x)$, a, b const, $p(x)$ periodisch mit der Periode 2π hat genau eine periodische Lösung (mit der Periode 2π), wenn die homogene Gleichung keine periodische Lösung hat.