Technische Universität Chemnitz

Fakultät für Mathematik

09107 Chemnitz

Gewöhnliche Differentialgleichungen
Vorlesung Prof. Lanckau – SS 1998 – 9.Übung

1. Man finde die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten.
   (a) $2y''' + 3y'' - 8y' + 3y = 0$,
   (b) $y'' - 3y'' + 3y' - y = 0$,
   (c) $y''' + y'' + y' + y = 0$,
   (d) $y^{IV} - y'' - 2y = 0$,
   (e) $y^{IV} - 6y'' + 15y'' - 18y' + 10y = 0$
   (f) $y^{IV} - 2y'' + 2y'' - 2y' + y = 0$.

2. Man finde Lösungen der folgenden AWP.
   (a) $z''(t) + 4z(t) + 29t(t) = 0,\ z(0) = 0, z'(0) = 15$,
   (b) Für die $y'' - y' - 2y = 0,\ y(0) = \alpha, y'(0) = 2$ ist α so zu bestimmen, daß die Lösung gegen Null geht für $x \to \infty$
   (c) Welche Integralkurve der Gleichung $y'' + 4y'' + 3y' = 0$ geht durch den Punkt (0,4) und hat dort eine unter dem Winkel arctan(-6) geneigte Tangente?

3. Gegeben sei das AWP $ay''(x) + by'(x) + cy(x),\ y(0) = y_0, y'(0) = y_0'$, wobei a, b, c Konstanten sind.
   (a) Zeigen Sie, daß $y(x) \to 0$ für $x \to \infty$ falls $a > 0, b > 0, c > 0$.
   (b) Sei $a > 0, c > 0, b = 0$. Dann bleiben alle Lösungen beschränkt.
   (c) Sei $a > 0, b > 0, c = 0$. Dann nähert sich die Lösung für $x \to \infty$ einer Konstante. Bestimmen Sie diese.

4. Man löse die folgenden inhomogenen Gleichungen, in dem man einen Ansatz für die partikuläre Lösung entprechend der Struktur der Störfunktion macht.
   (a) $y''' + y'' + y' + y = xe^x$,
   (b) $y^{IV} - 4y''' + 6y'' - 4y' + y = (1 + x)e^x$,
   (c) $y'' + 4y' + 8y = 20 \sin 2x$.

5. Gegeben sei die Differentialgleichung $y^{IV} - y''' + 3y'' - 5y' = g(x)$, wobei $g(x)$ gleich ist a) $2x^2 + 3x^3$, b) $2e^{-x}$, c) $(4x - 5)e^{-x}$, d) $3x \cos(2x)$, e) $e^x \sin x$, f) $e^x(4 \sin(2x) - 3 \cos(2x))$, g) $4xe^x \cos(2x)$, h) $2 + \cosh x$, i) $\sinh^2 x$.

6. Man löse die folgenden Dgl. mit Variation der Konstanten
   (a) $y'' + 2y' + y = -e^{-x}x^{-2}$,
   (b) $y'' - 4y' + 4y = 9te^{2t} \ln t$