Technische Universität Chemnitz

Fakultät für Mathematik

09107 Chemnitz

Gewöhnliche Differentialgleichungen
Vorlesung Prof. Lanckau – SS 1998 – 2. Übung

1. Man skizziere die Richtungsfelder folgender Differentialgleichungen und mit ihrer Hilfe einige approximative Integralkurven.
   (Hinweis: Man überlege sich, auf welchen Kurven der $x-y-$Ebene die Anstiege konstant sind.)

   1. $y' = x$
   2. $y' = y$
   3. $y' = y/x$
   4. $y' = x^2 + y^2$
   5. $y' = y/x^2$

2. Was kann man über die Isoklinen von Differentialgleichungen der Bauart $y' = f(\varphi(x,y))$ aussagen, wobei φ fest und f beliebig sein soll.

3. Man stelle die Gleichung für den geometrischen Ort der Punkte auf, der von vornherein alle Punkte enthält, in denen die Lösung der Gleichung $y' = f(x, y(x))$ ein Maximum bzw. Minimum annehmen. Man löse die gleiche frage für die Wendepunkte, wenn die Funktion $f(x,y)$ differenzierbar ist.

4. Man bestimme die Differentialgleichung einer Schar von Kreisen von gleichem Radius, deren Mittelpunkte (a,0) beliebig auf der x-Achse liegen.

5. Man bestimme die orthogonalen Schnittkurven einer Schar von Kreisen von gleichem Radius, deren Mittelpunkte (a,0) beliebig auf der x-Achse liegen.

6. Man gebe die Differentialgleichung der konfokalen Kegelschnitte

   $$\frac{x^2}{a^2+C} + \frac{y^2}{b^2+C} = 1, \quad C \text{ beliebig reell}$$

   sowie die orthogonalen Trajektorien dieser Schar an.