Schnellstart: Von Null auf MAPLE V6 PC-Windows-Version

Im folgenden sind einige wichtige Maple-Kommandos und Fähigkeiten zusammengestellt. Text beschränkt sich auf wenige Kommentare und erl äutert die mathematischen Aspekte. Die Bedienung der Oberfläche steht hier nur am Rande.

Das Worksheet läuft unter Maple 6, in der Regel können die meisten Kommandos auch unter früheren Releases abgearbeitet werden. Wenig Probleme gibt es, wenn man ein textfile erzeugt und dieses lädt.

Wir erzeugen uns ein jungfäuliches Arbeitsblatt:

```
> restart:
```

1 Maple als Taschenrechner

Zahlen werden als ganze Zahlen, rationale Zahlen und Gleitkommazahlen in beliebiger Länge

verarbeitet. Maple führt einfache Vereinfachungen sofort bei der Eingabe durch.

```
> +2*7;
```

$$15$$

```
> +2*7:
```

Keine Anzeige bei Doppelpunkt. Reihenfolge der Operationen i. a. von links nach rechts. Die arithmetischen Operationen sind +, -, *, /, ^ (oder **)

```
> /234:
> %+13/10;
```

$$\frac{547}{390}$$

```
> %%+%;
```

$$\frac{587}{390}$$

Als Wiederholungszeichen (Ditto) für die letzten drei Größen können %, % und % verwendet werden.

```
> +2*7+4*5;
```

$$35$$

Rationalarithmetik mit Kürzen:

```
> +2/7, 27/12;
```

$$\frac{9}{7}, \frac{9}{4}$$

Man unterscheide zwischen Gleitkomma- und exakter Arithmetik!

```
> +9/7, 1.0+9/7;
```

$$\frac{16}{7}, 2.285714286$$

Maple kennt verschiedene Typen, z. B. bei Zahlen

```
> type(7/9, fraction), type(7, posint), type(1.2, float),
whattype(7),
> whattype(Pi);
```

Die Gleitkommaarithmetik wird mit Digits gesteuert, Standard ist 10.

```
> evalf(1+7/9), evalf(Pi), evalf(E), evalf(sin(Pi/4));
```

$$1.777777778,\ 3.141592654,\ E,\ .7071067810$$

```
> evalf(Pi,4), evalf(Pi, 20);
```

$$3.142,\ 3.1415926535897932385$$

```
> Digits:=20;
```

$$Digits := 20$$

```
> evalf(1+7/9), evalf(Pi), evalf(exp(1)), evalf(sin(Pi/4)):
```

Komplexe Zahlen:

```
> z1:=2+3*I; z2:=1-2*I;
```

$$z1 := 2 + 3\,I$$
$$z2 := 1 - 2\,I$$

```
> z1*z2, abs(z2), argument(z2),
> Re(z1)+Im(z2), conjugate(z1);
> polar(z2);
```

$$8 - I,\ \sqrt{5},\ -\arctan(2),\ 0,\ 2 - 3\,I$$

$$\mathrm{polar}(\sqrt{5},\ -\arctan(2))$$

```
> evalc(%);
```

$$1 - 2\,I$$

2 Variable

Variablennamen beginnen mit einem Buchstaben. MAPLE-Namen sind geschützt.

Als Zuweisungszeichen wird := benutzt. Nicht mit dem Gleichheitszeichen verwechseln.

Zuweisungen gelten global. # dient als Kommentarzeichen in den Kommandozeilen.

```
> lsg:=solve(x^2-5*x+6=0,x); #Beachte den Unterschied zwis-
chen := und
> =!
```

$$lsg := 3,\ 2$$

```
> x:=lsg[1];x;
```

$$x := 3$$
$$3$$

```
> solve(x^2-5*x+6=0,x);

Error, (in solve) a constant is invalid as a variable, 3
```

x ist keine freie Variable mehr! **Rücksetzen mit den Quotes!**

```
> x:='x':x;
```

$$x$$

```
> Pi:=5;
```

```
Error, attempting to assign to `Pi` which is protected
```

Wegen der globalen Gültigkeit verwendet man subs für die zeitweilige Belegung mit mit Werten.

```
> subs(x=x^2, sin(x));
```

$$\sin(x^2)$$

```
> subs({x=3*alpha, y=4*beta}, sin(x)+cos(y));
```

$$\sin(3\,\alpha) + \cos(4\,\beta)$$

Variablen können mit assume Eigenschaften zugewiesen werden, diese Variablen werden dann mit einer Tilde markiert. Das hilft aber nicht immer.

```
> sqrt(u^2);
```

$$\sqrt{u^2}$$

```
> assume(u>0): sqrt(u^2);
> u:='u':
```

$$u$$

```
> v:=linalg[vector]([sin(t), cos(t)]);
> linalg[norm](v,2);
```

$$v := [\sin(t),\, \cos(t)]$$

$$\sqrt{|\sin(t)|^2 + |\cos(t)|^2}$$

```
> assume(t,real);
```

```
> linalg[norm](v,2);
```

$$\sqrt{|\sin(t)|^2 + |\cos(t)|^2}$$

```
> simplify(%,symbolic);
```

$$1$$

Eine Reihe von Namen bzw. Variablen sind für die Maple-Umgebung reserviert. Hinweise dazu erhält man mit

```
> #?ininames;
```

3 Konstanten, Operatoren und Funktionen

3.1 Konstanten und Operatoren

Vordefinierte mathematische Konstanten sind

true, false, FAIL, infinity, Pi, E, gamma, Catalan, I. (siehe auch unter 1. bei ininames).

```
> is(x>0);# xist nicht belegt
```

$$\mathit{FAIL}$$

```
> x:=4.7:is(x>0);
```

$$\mathit{true}$$

```
> sin(Pi/4);
```

$$\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

Wichtige Operatoren sind neben den arithmetischen Operationen die Vergleiche =, <>, >=, <=,<,> die folgenden

```
>  $4, a$2;     #Aufzählung
```

$$2, 2, 2, 2, a, a$$

```
>  Welt||Raum; #Verkettung von Zeichenreihen
```

$$WeltRaum$$

```
>  (sin@sqrt)(x), (sqrt@sin)(x), (f@g)(x); #Verkettung von
Funktionen
```

$$.82694036052224013479, .99996162804584700933\,I, \mathrm{f(g(4.7))}$$

```
>{1,2,3,4} union {2,3,5}, {1,2,3,4} intersect {2,3,5},
>{1,2,3,4} minus {2,3, 5}; #Mengenoperationen
```

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{2, 3\}, \{1, 4\}$$

```
>  a:=true:b:=false:  c:=true:
>  a and c, a and b, a or b, b or b, b or c;
```

$$true, false, true, false, true$$

3.2 Vordefinierte Funktionen

Es gibt zahlreiche Funktionen in Maple. Die volle Liste erhält man mit

```
>  #?inifcns;
```

Numerische Funktionen (Auswahl)

```
>  abs(-3), abs(2-3*I); # Betragsfunktion
```

$$3, \sqrt{13}$$

```
>  max(1.2, 5, 5/3), min(-3, 89/34, -12.8); # Maximum/Minimum
```

$$5, -12.8$$

```
>  evalf(Pi), evalf(Pi,20), round(3.6), round(-2.3), round(12/7);
>  #Gleitkommaauswertungen
```

$$3.1415926535897932385, 3.1415926535897932385, 4, -2, 2$$

Standardfunktionen (Auswahl):

```
>  sqrt(2),  2^(-1/2), ln(exp(1)), exp(2), log10(2);
```

$$\sqrt{2}, \frac{1}{2}\sqrt{2}, 1, e^2, \frac{\ln(2)}{\ln(10)}$$

```
>  evalf(%);
```

$$1.4142135623730950488, .70710678118654752440, 1., 7.3890560989306502272, .30102999566398119522$$

```
>  sin(Pi/4), evalf(sin(Pi/4)), tan(Pi/3), cot(2*Pi/6);
```

$$\frac{1}{2}\sqrt{2}, .70710678118654752440, \sqrt{3}, \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

```
>  arcsin(1/sqrt(2)), arcsin(evalf(Pi/4)), arctan(sqrt(3));
```

$$\frac{1}{4}\pi, .90333911076651284737, \frac{1}{3}\pi$$

3.3 Definition eigener Funktionen

Variante 1: Das ist keine echte Funktion, sondern nur eine Zeichenkette.

```
> restart:F:=3*x^3-2*x^2/(x^4-1);
```

$$F := 3\,x^3 - \frac{2\,x^2}{x^4-1}$$

Einsetzen von Werten mit subs:

```
> subs(x=3,F);
```

$$\frac{3231}{40}$$

```
> FF:=sin(2*x+y)+cos(x*y);
```

$$FF := \sin(2\,x+y) + \cos(x\,y)$$

```
> subs({x=alpha, y=2*alpha}, FF);
> #Beachte die geschweiften Klammern für die Menge von zwei
> Gleichungen
```

$$\sin(4\,\alpha) + \cos(2\,\alpha^2)$$

Variante 2: Hier kann man richtige Argumente einsetzen.

```
> G:=x->3*x^3-2*x^2/(x^4-1);
> H:=y->sqrt(3*y);
```

$$G := x \to 3\,x^3 - \frac{2\,x^2}{x^4-1}$$

$$H := y \to \sqrt{3\,y}$$

Einsetzen von Werten unmittelbar möglich:

```
> G(3), G(alpha);H(sin(Pi/4));
```

$$\frac{3231}{40},\ 3\,\alpha^3 - \frac{2\,\alpha^2}{\alpha^4-1}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{6}\,2^{(1/4)}$$

```
> GG:=(x,y)->sin(2*x+y)+cos(x*y);
```

$$GG := (x,\,y) \to \sin(2\,x+y) + \cos(x\,y)$$

```
> GG(alpha, 2*alpha);
```

$$\sin(4\,\alpha) + \cos(2\,\alpha^2)$$

Man kann auch mit diesen Funktionen rechnen:

```
> (H@G)(x);(G@H)(t);
```

$$\sqrt{9\,x^3 - \frac{6\,x^2}{x^4-1}}$$

$$9\,\sqrt{3}\,t^{(3/2)} - \frac{6\,t}{9\,t^2-1}$$

Umwandlung der einen Form in die andere:

```
> unapply(F,x);
```

$$x \to 3\,x^3 - \frac{2\,x^2}{x^4-1}$$

```
> t:='t':unapply(FF, x,y);
```

$$(x,\,y) \to \sin(2\,x+y) + \cos(x\,y)$$

```
> G(t);
```

$$3\,t^3 - \frac{2\,t^2}{t^4-1}$$

```
> GG(s,t), GG(t,s);
```

$$\sin(2\,s+t)+\cos(s\,t),\ \sin(2\,t+s)+\cos(s\,t)$$

4 Bearbeitung und Vereinfachung mathematischer Ausdrücke:

a) Vereinfachen mit simplify

```
> restart:
> simplify(sin(x)^2+cos(x)^2),simplify(exp(a*ln(b)));
```

$$1,\ b^a$$

```
> simplify(exp(b*ln(a))-(a*sin(x)^2+a*cos(x)^2)^b,
> exp);simplify(exp(b*ln(a))-(a*sin(x)^2+a*cos(x)^2)^b,
> trig);simplify(exp(b*ln(a))-(a*sin(x)^2+a*cos(x)^2)^b);
```

$$a^b - (a\sin(x)^2 + a\cos(x)^2)^b$$

$$e^{(b\ln(a))} - a^b$$

$$0$$

Die Wirkung von simplify kann durch die Optionen trig, exp, ln, sqrt, power, ... gezielt verändert werden. Manche Umformungen werden dann

nicht durchgeführt. Maple vereinfacht oft schon beim Eingeben, so z. B.

```
> sqrt(4+2*sqrt(3));
```

$$1+\sqrt{3}$$

Hätte man nicht gedacht, daß Maple das Quadrat erkennt!

Vereinfache die folgenden Ausdrücke:

```
> T:=(sin(2*x)-sin(x)*cos(x))/((1+tan(x)^2)*cos(x));
```

$$T := \frac{\sin(2\,x)-\sin(x)\cos(x)}{(1+\tan(x)^2)\cos(x)}$$

```
> simplify(%,trig);
```

$$\sin(x)\cos(x)^2$$

```
> S:=(exp(x)-1)/(exp(x/2)+1);simplify(%);
```

$$S := \frac{e^x-1}{e^{(1/2\,x)}+1}$$

$$e^{(1/2\,x)}-1$$

b) Ausmultiplizieren mit expand; Ausklammern mit factor

```
> r:=(x-3)*(x+1)*(x+4)/(x-1)^4;
```

$$r := \frac{(x-3)\,(x+1)\,(x+4)}{(x-1)^4}$$

```
> expand(r);
```

$$\frac{x^3}{(x-1)^4}+\frac{2\,x^2}{(x-1)^4}-\frac{11\,x}{(x-1)^4}-\frac{12}{(x-1)^4}$$

```
> factor(%);
```

$$\frac{(x-3)\,(x+1)\,(x+4)}{(x-1)^4}$$

Der Nenner wird nicht ausmultipliziert. expand wirkt auch auf andere Funktionenklassen:

```
> expand(sin(x+y)), expand(exp(x+y));
```

$$\sin(x)\cos(y)+\cos(x)\sin(y),\; e^x\, e^y$$

c) Zusammenfassen mit combine

combine faßt allgemeinere Terme zusammen. Ein Schlüsselwort gibt die Richtung an.

```
> expand(sin(x+y)); combine(%,trig);
```

$$\sin(x)\cos(y)+\cos(x)\sin(y)$$

$$\sin(x+y)$$

```
> combine(x^a*x^b);combine(x^a*x^b, power);
```

$$x^{(a+b)}$$

$$x^{(a+b)}$$

```
> combine(ln(3*x)-ln(y),ln);
```

$$\ln(3\,x)-\ln(y)$$

```
> combine(exp(alpha)*exp(beta*ln(gamma)), exp);
```

$$e^{(\alpha+\beta\ln(\gamma))}$$

d) Bearbeitung von Polynomen

```
> r1:=(x-3)*(x+1)*(x+4)/(x-1)^4; r2:=(x^2+2*x-1)/(x-1);
```

$$r1 := \frac{(x-3)\,(x+1)\,(x+4)}{(x-1)^4}$$

$$r2 := \frac{x^2+2\,x-1}{x-1}$$

```
> numer(r1), denom(r1); #Zähler und Nenner
```

$$(x+4)\,(x-3)\,(x+1),\; (x-1)^4$$

```
> normal(r1+r2, expanded); # normal bringt auf den Haupt-
nenner, kürzt
> und multipliziert aus, wenn expanded angegeben.
```

$$\frac{-3\,x^3+10\,x^2-16\,x-11+x^5-x^4}{x^4-4\,x^3+6\,x^2-4\,x+1}$$

```
> convert(r1, parfrac, x); # Partialbruchzerlegung
```

$$-20\,\frac{1}{(x-1)^4}-\frac{4}{(x-1)^3}+\frac{5}{(x-1)^2}+\frac{1}{x-1}$$

5 Folgen, Listen, Mengen

a) Folgen mit seq: Die Glieder sind durch Komma getrennt, die Reihenfolge spielt eine Rolle.

```
> seq(x^i, i=1..7);seq(x^i, i=-3..2.5);
```

$$x,\, x^2,\, x^3,\, x^4,\, x^5,\, x^6,\, x^7$$

$$\frac{1}{x^3},\, \frac{1}{x^2},\, \frac{1}{x},\, 1,\, x,\, x^2$$

```
> s:=seq(x^i, i=[-1, 4.5, Pi, 7]);
```

$$s := \frac{1}{x},\, x^{4.5},\, x^{\pi},\, x^7$$

```
> s[3]; #Zugriff auf einzelne Elemente
```

$$x^{\pi}$$

b) Listen sind Folgen in eckigen Klammern

```
> lst:=[seq(x^i, i=-3..2.5)]; lst[2];lst[2..5];
```

$$lst := [\frac{1}{x^3},\, \frac{1}{x^2},\, \frac{1}{x},\, 1,\, x,\, x^2]$$

$$\frac{1}{x^2}$$

$$[\frac{1}{x^2},\, \frac{1}{x},\, 1,\, x]$$

c) Mengen: Die Reihenfolge spielt keine Rolle.

```
> m:={seq(x^i, i=-3..2.5)};m[3];
```

$$m := \{1,\, x^2,\, \frac{1}{x^3},\, \frac{1}{x^2},\, \frac{1}{x},\, x\}$$

$$\frac{1}{x^3}$$

d) Die Funktion map wendet eine Operation auf alle Elemente an.

```
> map(sin,m);
```

$$\{\sin(x),\, \sin(1),\, \sin(x^2),\, \sin(\frac{1}{x^3}),\, \sin(\frac{1}{x^2}),\, \sin(\frac{1}{x})\}$$

```
> f:=a->a^2;lst;map(f,lst);
```

$$f := a \to a^2$$

$$[\frac{1}{x^3},\, \frac{1}{x^2},\, \frac{1}{x},\, 1,\, x,\, x^2]$$

$$[\frac{1}{x^6},\, \frac{1}{x^4},\, \frac{1}{x^2},\, 1,\, x^2,\, x^4]$$

6 Anwendungen auf mathematische Grundaufgaben

6.1 Lösen von Gleichungen

a) exakt: solve

```
> gl:=x^4+a*x^2+1=0;
```

$$gl := x^4 + a\,x^2 + 1 = 0$$

```
> lsg:=solve(x^4+a*x^2+1=0,x); # nach x
```

$$lsg := \frac{1}{2}\sqrt{-2\,a + 2\sqrt{a^2-4}},\, -\frac{1}{2}\sqrt{-2\,a + 2\sqrt{a^2-4}},\, \frac{1}{2}\sqrt{-2\,a - 2\sqrt{a^2-4}},$$
$$-\frac{1}{2}\sqrt{-2\,a - 2\sqrt{a^2-4}}$$

```
> simplify(subs(x=lsg[2], gl));
```

$$0 = 0$$

Die Probe stimmt.

```
> L:=solve(2*sin(x)+5*cos(x)=3);map(simplify,L[1]);map(simplify,L[2]);
```

$$L := \arctan\left(\frac{\frac{6}{29} - \frac{10}{29}\sqrt{5}}{\frac{15}{29} + \frac{4}{29}\sqrt{5}}\right), \arctan\left(\frac{\frac{6}{29} + \frac{10}{29}\sqrt{5}}{\frac{15}{29} - \frac{4}{29}\sqrt{5}}\right)$$

$$\arctan(-2\,\frac{-3 + 5\sqrt{5}}{15 + 4\sqrt{5}})$$

$$\arctan(-2\,\frac{3 + 5\sqrt{5}}{-15 + 4\sqrt{5}})$$

```
> solve(gl,a); # Gleichung 1 nach a
```

$$-\frac{x^4 + 1}{x^2}$$

```
> solve(exp(2*x)+exp(x)-1=0);
```

$$\ln(\frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{2}),\ \ln(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5})$$

Zweimal Glück gehabt, Maple bringt eine Lösung.

Eine schwerere Aufgabe: Ein System von drei nichtlinearen Gleichungen

```
> solve({x*y-x^2+2*z=0,x*y^2+2*c+x*z=1,  x*y-z=0}, {y,z,x});
```

$$\{x = 3\,\%1,\ z = 3\,\%1^2,\ y = \%1\}$$
$$\%1 := \mathrm{RootOf}(12\,\_Z^3 + 2\,c - 1,\ label = \_L1)$$

Nicht so sehr befriedigend, wegen des RootOf-Ausdruckes. Mit dem folgenden Kommando kann man weiter auswerten. Die symbolische Lösung ist etwas sehr lang, wer sie sehen will, muß ein Semikolon setzen.

```
> (allvalues(%,'dependent')):map(evalf,%);
```

$$\{x = 3.\,\%1^{(1/3)}, \{x = (-1.500000000 + 2.598076211\,I)\,\%1^{(1/3)},$$
$$z = (-1.500000000 - 2.598076211\,I)\,\%1^{(2/3)},$$
$$y = (-.5000000000 + .8660254038\,I)\,\%1^{(1/3)}\}, \{$$
$$x = (-1.500000000 - 2.598076211\,I)\,\%1^{(1/3)},$$
$$z = (-1.500000000 + 2.598076211\,I)\,\%1^{(2/3)},$$
$$y = (-.5000000000 - .8660254038\,I)\,\%1^{(1/3)}\}, z = 3.\,\%1^{(2/3)}, y = \%1^{(1/3)}\}$$
$$\%1 := -.1666666667\,c + .08333333333$$

b) numerisch

```
> fsolve(x^3+2*x+1,x);
```
$$-.4533976515$$
```
> fsolve(x^3+2*x+1,x, complex);
```
$$-.4533976515, .2266988258 - 1.467711509\, I, .2266988258 + 1.467711509\, I$$
```
> fsolve(cos(x^2)-x/3);
```
$$1.094269232$$
```
> fsolve(cos(x^2)-x/3, x=0..2),fsolve(cos(x^2)-x/3,
> x=0..2),fsolve(cos(x^2)-x/3, x=2.5..3),fsolve(cos(x^2)-
x/3,
> x=-2.5..-1.5);
```
$$1.094269232,\ 1.094269232,\ 2.607739533,\ -1.996097497$$

Wie man sieht findet Maple noch weitere Nullstellen, wenn man ihm einen Tip gibt.

6.2 Grenzwerte, Summen, Produkte

Hier kann man, wie auch in späteren Beispielen mit den sogenannten tr ägen Kommandos die Aufgabe erst hinschreiben und dann berechnen.

Diese beginnen mit dem Großbuchstaben.

```
> limit((sqrt(1+x)-1)/x, x=0);
```
$$\frac{1}{2}$$
```
> Limit((sqrt(1+x)-1)/x, x=0);
```
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$$
```
> value(%);
```
$$\frac{1}{2}$$
```
> series(cosh(x)/sinh(x)-1/x, x=0);
```
$$\frac{1}{3}\, x - \frac{1}{45}\, x^3 + \mathrm{O}(x^4)$$
```
> value(%);
```
$$\frac{1}{3}\, x - \frac{1}{45}\, x^3 + \mathrm{O}(x^4)$$
```
> restart:limit(arcsinh((u+a)/b)-arcsinh((u-a)/b), u=infinity);
```
$$\infty$$
```
> Limit(exp(1/x^2)/(exp(1/x^2)+exp(1/x^4)), x=0);value(%);
```
$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{\left(\frac{1}{x^2}\right)}}{e^{\left(\frac{1}{x^2}\right)} + e^{\left(\frac{1}{x^4}\right)}}$$
$$0$$
```
> Sum(k^2, k=1..n);value(%);
```
$$\sum_{k=1}^{n} k^2$$
$$\frac{1}{3}\,(n+1)^3 - \frac{1}{2}\,(n+1)^2 + \frac{1}{6}\, n + \frac{1}{6}$$

Auch Summen und Produkte können berechnet werden:

```
> sum(1/nu^4, nu=1..infinity);
```

$$\frac{1}{90}\,\pi^4$$

```
> sum(1/(nu^4+1), nu=1..infinity);evalf(%);
```

$$-\left(\sum_{\_\alpha=\%1}\left(-\frac{1}{4}\,\_\alpha\,\Psi(1-\_\alpha)\right)\right)$$
$$\%1 := \mathrm{RootOf}(\_Z^4+1)$$
$$.5784775797-0.\,I$$

Wenn Maple keine exakte Lösung findet, kann man es numerisch versuchen.

```
> Product(n^2, n=1..5);value(%);
```

$$\prod_{n=1}^{5} n^2$$
$$14400$$

```
> Limit(arcsinh((u+a)/b)-arcsinh((u-a)/b), u=infinity);value(%);
```

$$\lim_{u\to\infty} \mathrm{arcsinh}(\frac{u+a}{b})-\mathrm{arcsinh}(\frac{u-a}{b})$$
$$\infty$$

```
> Sum(1/(k^2+a^2), k=1..infinity);value(%);
```

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2+a^2}$$
$$\frac{\frac{1}{2}\,I\,\Psi(1-I\,a)}{a}+\frac{\frac{-1}{2}\,I\,\Psi(1+I\,a)}{a}$$

```
> limit(1/x, x=0), limit(1/x,x=0, left), limit(1/x, x=0, right);
> #einseitige Grenzwerte
```

$$\mathit{undefined},\ -\infty,\ \infty$$

```
> product(1+1/x^2, x=1..100):
> Product(1+1/x^2, x=1..100);value(%):
```

$$\prod_{x=1}^{100}(1+\frac{1}{x^2})$$

6.3 Differentiation

```
> diff(sin(3*x)+x^4*ln(x),x); # 1.  Ableitung nach x
```

$$3\cos(3\,x)+4\,x^3\ln(x)+x^3$$

```
> diff(sin(3*x)+x^4*ln(x),x$3);# 3.  Ableitung nach x
```

$$-27\cos(3\,x)+24\,x\ln(x)+26\,x$$

Für Funktionen in der Pfeil-(Operator-)Form verwendet man D.

```
> f:=x->sin(3*x)+x^4*ln(x);
```

$$f := x \to \sin(3\,x) + x^4 \ln(x)$$

```
> (D@D@D)(f); #3.  Ableitung
```

$$x \to -27 \cos(3\,x) + 24\,x \ln(x) + 26\,x$$

Funktionen mehrerer Variabler werden auch verarbeitet.

```
> z:=2*x^2*y^2+2*y;
```

$$z := 2\,x^2\,y^2 + 2\,y$$

Bei Verwendung des D-Operators kann ein Index angegeben werden:

```
> zz:=(x,y)->2*x^2*y^2+2*y+sin(x);
```

$$zz := (x,\,y) \to 2\,x^2\,y^2 + 2\,y + \sin(x)$$

```
> D[1$1,2$1](zz);
```

$$(x,\,y) \to 8\,x\,y$$

Auch bei der Differentiation (gibt es eine träge Form:

```
> Diff(z, x,y);
```

$$\frac{\partial^2}{\partial y\,\partial x}\,(2\,x^2\,y^2 + 2\,y)$$

```
> D(f);
```

$$x \to 3\cos(3\,x) + 4\,x^3 \ln(x) + x^3$$

```
> D(D(D(f))); # oder diese Form
```

$$x \to -27 \cos(3\,x) + 24\,x \ln(x) + 26\,x$$

```
> D[1](zz);D[2](zz);
```

$$(x,\,y) \to 4\,x\,y^2 + \cos(x)$$

$$(x,\,y) \to 4\,x^2\,y + 2$$

```
> value(%);
```

$$(x,\,y) \to 4\,x^2\,y + 2$$

```
> diff(z,x), diff(z, x,y),diff(z,x,y$2);
```

$$4\,x\,y^2,\ 8\,x\,y,\ 8\,x$$

```
> D[1$1, 2$2](zz);
```

$$(x,\,y) \to 8\,x$$

6.4 Integration

Maple kennt viele unbestimmte Integrale.

```
> int(x^2/(x-1)^2,x);
```

$$x - \frac{1}{x-1} + 2\ln(x-1)$$

```
> int(sin(4*omega*x-phi), x);
```

$$-\frac{1}{4}\,\frac{\cos(4\,\omega\,x - \phi)}{\omega}$$

Die träge Form schreibt das Integral erst einmal an:

```
> Int(sin(4*omega*x-phi), x);
```

$$\int \sin(4\,\omega\,x-\phi)\,dx$$

```
> value(%);
```

$$-\frac{1}{4}\,\frac{\cos(4\,\omega\,x-\phi)}{\omega}$$

```
> (2*x^4+1)/((x^5+x)*sqrt(x^4+1));
```

$$\frac{2\,x^4+1}{(x^5+x)\,\sqrt{x^4+1}}$$

```
> int(%,x);
```

$$-\frac{1}{2}\,\frac{1}{\sqrt{x^4+1}}-\frac{1}{2}\,\mathrm{arctanh}\Big(\frac{1}{\sqrt{x^4+1}}\Big)$$

Bestimmte Integrale löst Maple auch

```
> Int(exp(-x)*sin(x)*cos(x),x=0..Pi);
```

$$\int_0^{\pi} e^{(-x)}\,\sin(x)\,\cos(x)\,dx$$

```
> value(%);evalf(%);
```

$$-\frac{1}{5}\,e^{(-\pi)}+\frac{1}{5}$$

$$.1913572164$$

Auch mit manchen uneigentlichen Integralen kommt es zurecht.

```
> int(x^3/(exp(x)+1),x=0..infinity);
```

$$\frac{7}{120}\,\pi^4$$

```
> int(ln(x)^2/sqrt(1-x^2), x=0..1);
```

$$\frac{1}{24}\,\pi^3+\frac{1}{2}\,\ln(2)^2\,\pi$$

6.5 Differentialgleichungen

```
> dgl1:=x^2*diff(y(x),x)-x*y(x)=x*ln(x);
```

$$\mathit{dgl1} := x^2\,(\tfrac{\partial}{\partial x}\,\mathrm{y}(x))-x\,\mathrm{y}(x)=x\ln(x)$$

```
> dsolve(dgl1, y(x));
```

$$\mathrm{y}(x)=-\ln(x)-1+x\,\_C1$$

```
> dgl2:=diff(y(x), x$2)-(2/x)*diff(y(x),x)+(3/x)*y(x)=2*x-
1;
```

$$\mathit{dgl2} := (\tfrac{\partial^2}{\partial x^2}\,\mathrm{y}(x))-\frac{2\,(\frac{\partial}{\partial x}\,\mathrm{y}(x))}{x}+\frac{3\,\mathrm{y}(x)}{x}=2\,x-1$$

```
> dsolve(dgl2, y(x));
```

$$\mathrm{y}(x)=\frac{2}{27}+\frac{1}{9}\,x+\frac{2}{3}\,x^2+\_C1\,x^{(3/2)}\,\mathrm{BesselJ}(3,\,2\,\sqrt{3}\,\sqrt{x})+\_C2\,x^{(3/2)}\,\mathrm{BesselY}(3,\,2\,\sqrt{3}\,\sqrt{x})$$

```
> dgl3:=8*diff(y(x), x$2)+9*diff(y(x),x)^4=0;
```

$$\mathit{dgl3} := 8\,(\tfrac{\partial^2}{\partial x^2}\,\mathrm{y}(x))+9\,(\tfrac{\partial}{\partial x}\,\mathrm{y}(x))^4=0$$

```
> dsolve(dgl3, y(x));
```

$$\mathrm{y}(x) = (x + \_C1)^{(2/3)} + \_C2,\ \mathrm{y}(x) = \frac{3}{2}\left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\, I\, \sqrt{3}\right)(x + \_C1)^{(2/3)} + \_C2,$$
$$\mathrm{y}(x) = \frac{3}{2}\left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\, I\, \sqrt{3}\right)(x + \_C1)^{(2/3)} + \_C2$$

```
> dgl4:=4*diff(y(x),x$4)-12*diff(y(x),x$3)+11*diff(y(x),x$2)-
3*diff(y(x
> ),x)=4*cos(x);
```

$$dgl4 := 4\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}\,\mathrm{y}(x)\right) - 12\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\,\mathrm{y}(x)\right) + 11\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\,\mathrm{y}(x)\right) - 3\left(\frac{\partial}{\partial x}\,\mathrm{y}(x)\right) = 4\cos(x)$$

```
> dsolve(dgl4, y(x));
```

$$\mathrm{y}(x) = \frac{18}{65}\sin(x) - \frac{14}{65}\cos(x) + \_C1\, e^x + 2\,\_C2\, e^{(1/2\,x)} + \frac{2}{3}\,\_C3\, e^{(3/2\,x)} + \_C4$$

Auch mit Anfangsbedingungen. Die Ableitungen müssen mit dem D geschrieben werden.

```
> ab4:=y(0)=1, D(y)(0)=0,(D@D)(y)(0)=1,(D@D@D)(y)(0)=0;
> dsolve({dgl4,ab4}, y(x));
```

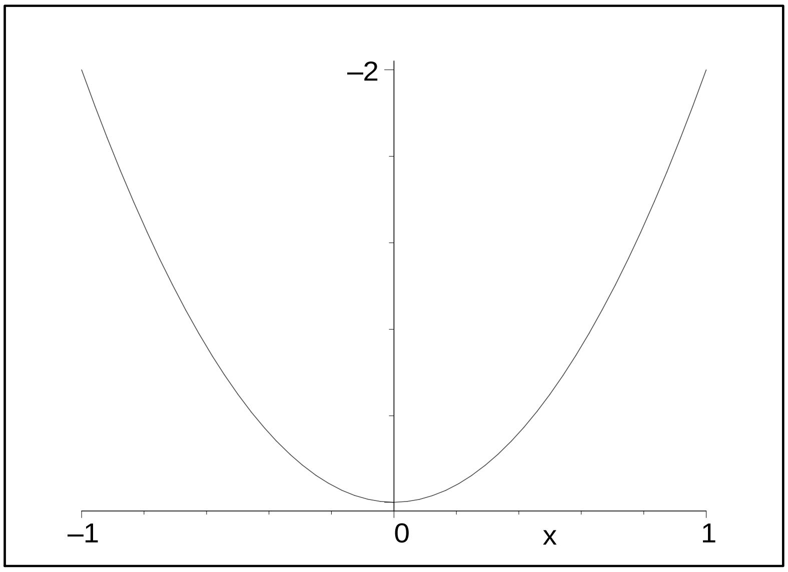
$$ab4 := \mathrm{y}(0) = 1,\ \mathrm{D}(y)(0) = 0,\ (\mathrm{D}^{(2)})(y)(0) = 1,\ (\mathrm{D}^{(3)})(y)(0) = 0$$
$$\mathrm{y}(x) = \frac{18}{65}\sin(x) - \frac{14}{65}\cos(x) + 6\, e^x - \frac{42}{5}\, e^{(1/2\,x)} - \frac{18}{13}\, e^{(3/2\,x)} + 5$$

7 Zeichnen von Funktionen

Die Möglichkeiten zur Produktion von Bildern sind so umfangreich, daß die Beispiele hier nur rudimentär sein können. Zur vollen Nutzung aller Möglichkeiten muß man sich gezielt einarbeiten.

a) zweidimensionale Bilder

```
> plot(x^2-3, x=-1..1, tickmarks=[3,2]);
```

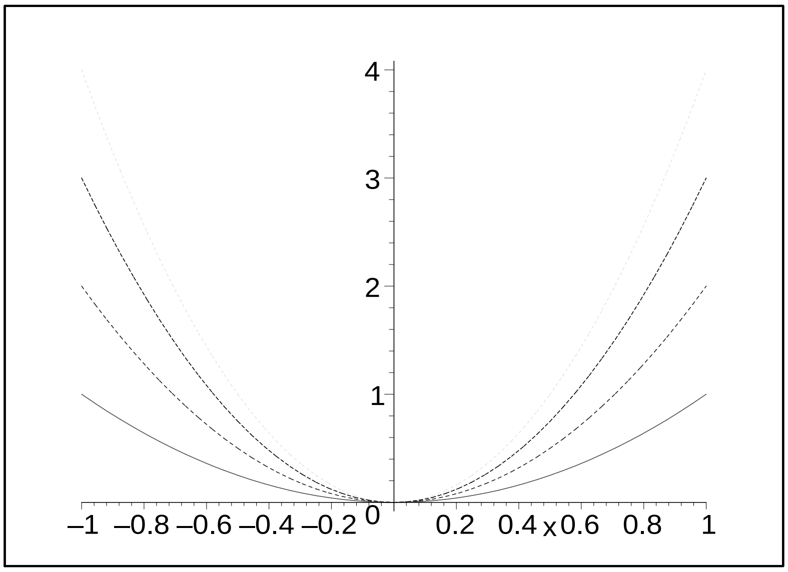


Mehrere Funktionen müssen als Menge oder Liste geschrieben werden.

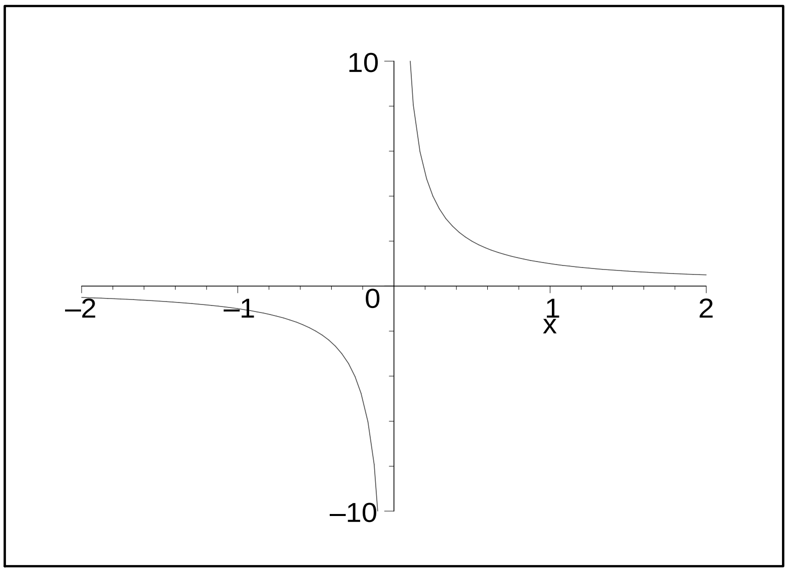
```
> fkt:=[seq(x^2*i, i=1..4)];
```

$$fkt := [x^2,\ 2\,x^2,\ 3\,x^2,\ 4\,x^2]$$

```
>  plot(fkt, x=-1..1, color=[red, blue, black, yellow],
>  linestyle=[1,2,3,4]);
```

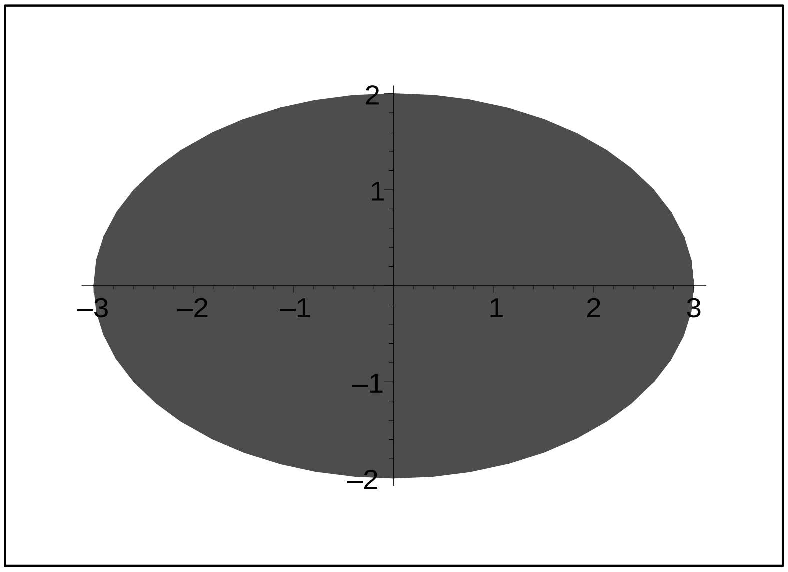



```
>  plot(1/x,x=-2..2, -10..10, ytickmarks=3, discont=true);
# Die dritte
>  Angabe schränkt den Zeichenbereich ein.
```



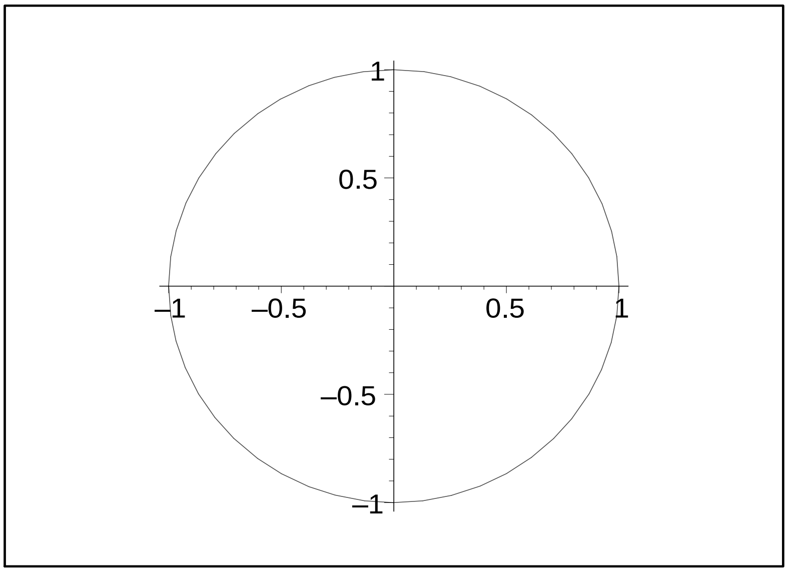
Kurven in Parameterdarstellung:

```
>  plot([3*cos(t),2* sin(t), t=0..2*Pi],scaling=constrained,
>  filled=true);
```

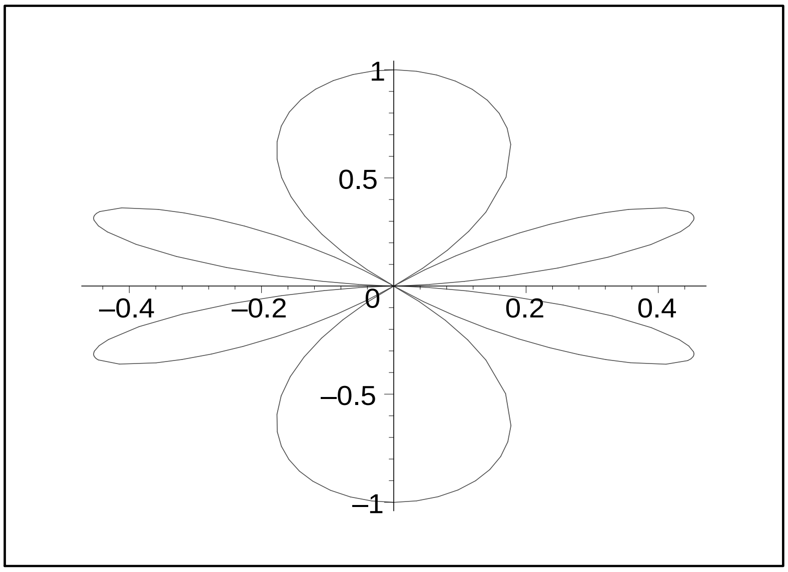


Polarkoordinaten

```
>  plot([1, phi, phi=0..2*Pi], coords=polar,
>  scaling=constrained);#Einheitskreis
```




```
>  plot([ sin(phi)*sin(3*phi), phi, phi=0..2*Pi], coords=polar);
```



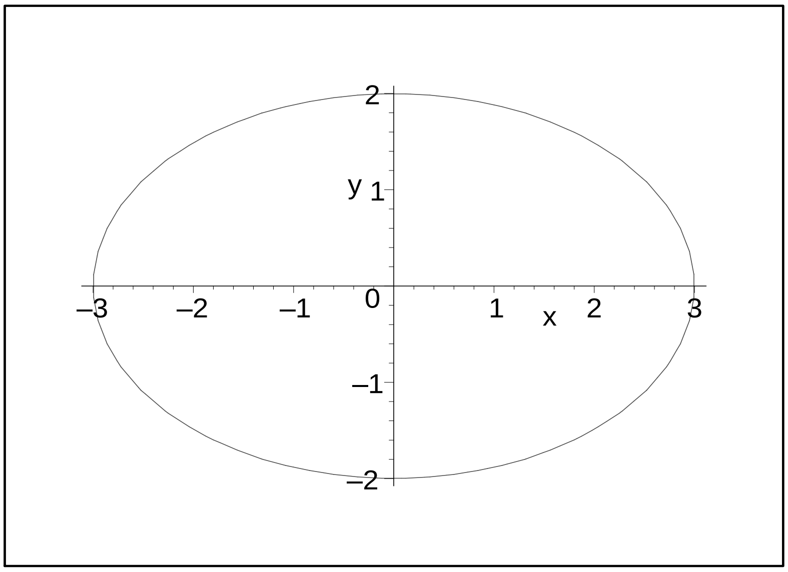
Eine Reihe weiterer Möglichkeiten bieten die im Paket plots vorhandenen Funktionen,

```
> with(plots);
```

$[animate, animate3d, animatecurve, changecoords, complexplot, complexplot3d,$
$conformal, contourplot, contourplot3d, coordplot, coordplot3d, cylinderplot,$
$densityplot, display, display3d, fieldplot, fieldplot3d, gradplot, gradplot3d,$
$implicitplot, implicitplot3d, inequal, listcontplot, listcontplot3d, listdensityplot,$
$listplot, listplot3d, loglogplot, logplot, matrixplot, odeplot, pareto, pointplot,$
$pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d, polyhedra\_supported,$
$polyhedraplot, replot, rootlocus, semilogplot, setoptions, setoptions3d,$
$spacecurve, sparsematrixplot, sphereplot, surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot]$

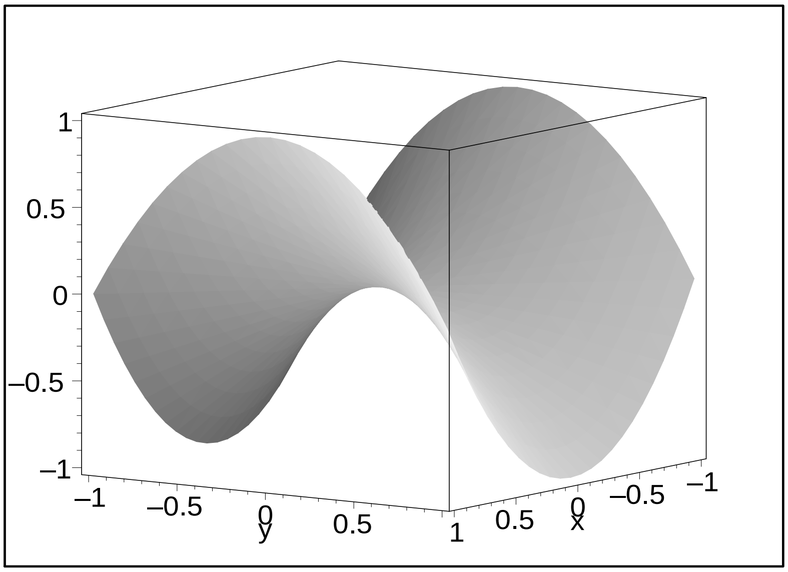
z. B. können implizit gegebene Funktionen gezeichnet werden.

```
> implicitplot(x^2/9+y^2/4=1, x=-3..3, y=-3..3, scaling=constrained);#
> Ellipse
```



b) Dreidimensionale Bilder können analog erzeugt werden.

```
>  plot3d(x^2-y^2, x=-1..1, y=-1..1,axes=boxed, orientation=[35,80],
>  style=patchnogrid);
```



Die ganze Vielfalt der Grafiken erschließt man sich am besten durch das Abarbeiten der in de Hilfefenstern angegebenen Beispiele.