

Aufgabe

Auswertung von Summen orthogonaler Funktionen auf der Kreisscheibe

Es sollen Funktionen auf der Kreisscheibe \mathbb{B}^2 approximiert werden. Als Ansatz wird die Funktion als Reihe über Basisfunktionen dargestellt. Durch Abschneiden der Reihe erhält man eine endliche Summe, welche die ursprüngliche Funktion approximiert. In der Arbeit soll dieser Ansatz für verschiedene Basisfunktionen auf der Kreisscheibe \mathbb{B}^2 durchgeführt werden. Es sollen die Zernike-Polynome R_n^m [2], die Pseudo-Zernike-Polynome \tilde{R}_n^m [3] und die Fourier-Mellin-Polynome Q_n [1] betrachtet werden. Diese Polynome haben gemeinsam, dass sie als Produktbasen auf den Polarkoordinaten (r, ϕ) definiert sind. Für den Winkel ϕ wird die Fourier-Basis verwendet und für den vom Radius abhängigen Teil werden modifizierte Jacobi-Polynome $P_k^{(\alpha, \beta)}$ verwendet. Ziel ist es, Summen der Form

$$f(r, \phi) = \sum_{k_1=0}^{N_1} \sum_{k_2=-N_2}^{N_2} a_{k_1, k_2} G_{k_1}^{k_2}(r) \exp(2\pi i k_2 \phi)$$

effizient an M Stellen $f(r_j, \phi_j)$, $j = 1, \dots, M$ auszuwerten, wobei $G_{k_1}^{k_2}$ für die Zernike-Polynome R_n^m , die Pseudo-Zernike-Polynome \tilde{R}_n^m oder die Fourier-Mellin-Polynome Q_n steht.

Literaturverzeichnis

- [1] Y. Sheng und L. Shen. Orthogonal Fourier–Mellin moments for invariant pattern recognition. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11(6):1748–1757, Juni 1994. DOI: 10.1364/JOSAA.11.001748.
- [2] A. Wünsche. Generalized Zernike or disc polynomials. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 174(1):135–163, 2005. ISSN: 0377-0427. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cam.2004.04.004>.
- [3] T. Xia, H. Zhu, H. Shu, P. Haigron und L. Luo. Image description with generalized pseudo-Zernisyy ke moments. *J. Opt. Soc. Am. A*, 24(1):50–59, Jan. 2007. DOI: 10.1364/JOSAA.24.000050.