

Übungsaufgaben zur Katastrophentheorie

1. (2 Punkte) Sei $f = x^3 \in \mathcal{E}_1$. Zeigen Sie, dass die Entfaltung $F(x, u) := x^3 + u \in \mathcal{E}_2$ keine verselle Entfaltung von f ist.
2. (2 Punkte) Vervollständigen Sie die Tabelle, welche in der Vorlesung vor Definition 4.15 erwähnt wurde, durch die universellen Entfaltungen der entsprechenden Keime. Begründen Sie, wie Sie die universelle Entfaltung berechnet haben.
3. (2 Punkte) Sei $f \in \mathbf{m}_n^2$ und $F \in \mathcal{E}_{n+r}$ eine Entfaltung von f . Zeigen Sie
 - (a) Wenn $G \in \mathcal{E}_{n+s}$ eine von F induzierte Entfaltung von f ist, welche versell ist, so ist auch F versell.
 - (b) Wenn F versell ist, dann existiert eine von F induzierte universelle Entfaltung von f .
4. (2 Punkte) Sei $f \in \mathbf{m}_n^2$. Für gegebenes $k \in \mathbb{N}$ setzen wir

$$r := \dim_{\mathbb{R}} \left(\frac{\mathbf{m}_n}{J_f + \mathbf{m}_n^{k+1}} \right)$$

Zeigen Sie

- (a) r ist endlich.
 - (b) Es gibt eine k -transversale Entfaltung $F \in \mathcal{E}_{n+r}$ von f .
 - (c) Jede k -transversale Entfaltung G von f hat höchstens r Parameter.
5. (2 Punkte) Geben Sie für vorgegebenes $k \in \mathbb{N}$ eine k -transversale Entfaltung von $f = x^4 + x^2y \in \mathbf{m}_{\mathcal{E}_2}^2$ mit minimaler Anzahl von Parametern an.