SS 2013 PD Dr. D. Kussin

ALGEBRA, 9. Hausaufgabe

Abgabetermin: 21. Juni 2013

http://www.tu-chemnitz.de/~seidm/lehre/algebra

---

1. Sei R ein kommutativer Ring mit Eins. Für $a, b \in R$ möge gelten $a \mid b$ und $b \mid a$. Hierbei schreiben wir $a \mid b$, wenn ein $r \in R$ existiert mit $b = ar$.

   (a) Ist a ein Nichtnullteiler, so folgt $a \sim b$.

   (b) Ist R ein Integritätsring, so folgt $a \sim b$.

   (c) Ist $R = C(\mathbb{R})$ der Ring der auf $\mathbb{R}$ stetigen reellwertigen Funktionen, und sind f, g gegeben durch

   $$f(x) = x \ (x \leq 0), \quad f(x) = 0 \ (0 \leq x \leq 1), \quad f(x) = x - 1 \ (x \geq 1), \quad g = |f|,$$

   so gilt $f \mid g$ und $g \mid f$, sowie $f \not\sim g$.

   (d) Ist $R = C(\mathbb{R})$ faktoriell? 9 P.

2. Untersuchen Sie die folgenden Polynome auf Irreduzibilität über $\mathbb{Q}$:

   (a) $3T^4 + 15T^2 + 10$

   (b) $T^4 + 2T^3 + 3T^2 + 2T - 2$

   (c) $8T^3 + 16T^2 - 4T + 2$. 12 P.

3. Sei R Integritätsbereich und $f \in R[T]$. Zeigen Sie, daß es genau einen Ringhomomorphismus $\psi : R[T] \to R[T]$ gibt, der auf R die Identität ist und T auf f abbildet. Zeigen Sie weiterhin, daß φ genau dann ein Ringautomorphismus ist, wenn $f(T) = aT + b$ mit $a \in R^\times$ gilt. 9 P.