SS 2013 PD Dr. D. Kussin

ALGEBRA, 8. Hausaufgabe

Abgabetermin: 7. Juni 2013

http://www.tu-chemnitz.de/~seidm/lehre/algebra

---

1. Bearbeiten Sie die mit **(HA)** gekennzeichneten Aufgaben der 8. Übung. 20 P.

2. Sei $n \geq 5$. Es darf (und soll) verwendet werden, dass die Gruppe S_n ein triviales Zentrum hat (vgl. Übung 8.)

   (a) Sei $\varphi : S_n \longrightarrow \mathbb{Z}_2$ ein nicht-trivialer Gruppenhomomorphismus. Man zeige: $\varphi = \operatorname{sgn}$ (Signatur). (HINWEIS: Man betrachte die Einschränkung $\varphi_{|A_n} : A_n \longrightarrow \mathbb{Z}_2$.)

   (b) Man zeige: Die einzige Untergruppe in S_n vom Index 2 ist die A_n. (HINWEIS: Gelte $[S_n : U] = 2$. Man betrachte $\nu : S_n \longrightarrow S_n/U,\ \sigma \mapsto U\sigma$.)

   (c) Man zeige: Die einzigen Normalteiler in S_n sind $\{1\}$, S_n und A_n. (HINWEIS: Sei N Normalteiler in S_n. Man betrachte $N \cap A_n$.) 10 P.