SS 2013 PD Dr. D. Kussin

ALGEBRA, 7. Hausaufgabe

Abgabetermin: 31. Mai 2013

http://www.tu-chemnitz.de/~seidm/lehre/algebra

---

1. Sei G eine Gruppe der Ordnung 200. Man zeige, dass G einen Normalteiler hat, der verschieden ist von $\{e\}$ und G. 10 P.

2. Bestimmen Sie die Ordnung des Zentrums $Z(G)$ einer nichtabelschen Gruppe der Ordnung p^3 mit einer Primzahl p. 10 P.

3. Sei $X = \{1, 2, \ldots, 8\}$, sei $\sigma' \in S_8$ die Permutation mit $\sigma'(1) = 2$, $\sigma'(2) = 3$, $\sigma'(3) = 1$ und $\sigma'(i) = i$ für $i \geq 3$. Sei $\sigma = \sigma' \circ (4\ 5)$ und $\tau = (7\ 8)$, und sei G die von den Permutationen σ und τ erzeugte Untergruppe. Die Gruppe G operiert in natürlicher Weise auf der Menge X.

   (a) Man zeige $G \simeq \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_2$.

   (b) Man berechne für jedes $x \in X$

      i. die Bahn, die x enthält;

      ii. die Standuntergruppe von x.

   (c) Man berechne für jedes Gruppenelement $g \in G$ die Menge $\mathrm{Fix}(g)$ der Fixpunkte, d. h. die $x \in X$ mit $g.x = x$.

   (d) Man verifiziere für diesen Fall die Formel 10 P.

$$|X/G| = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |\,\mathrm{Fix}(g)|.$$