SS 2013 PD Dr. D. Kussin

ALGEBRA, 4. Hausaufgabe

Abgabetermin: 10. Mai 2013

`http://www.tu-chemnitz.de/~seidm/lehre/algebra`

---

1. (a) Man zeige: Das Zentrum $Z(S_4)$ der symmetrischen Gruppe S_4 besteht nur aus dem neutralen Element. (HINWEIS: Ist $\sigma \in Z(S_4)$, so vertauscht σ insbesondere mit Transpositionen. Ist $\sigma \neq 1$, so gibt es $i \neq j$ mit $\sigma(i) = j$.)

   (b) Sei $\tau(i,j) \in S_4$ die Transposition $(i\ j)$. Für $\sigma \in S_4$ vermute (und beweise) man eine "Formel"

   $$\sigma\tau(i,j)\sigma^{-1} = ?$$

   und bestimme mit deren Hilfe die Konjugationsklasse $C(\tau(i,j))$ sowie den Zentralisator $Z(\tau(i,j))$ von $\tau(i,j)$ in S_4. 10 P.

2. (a) Bearbeiten Sie die mit **(HA)** gekennzeichneten Aufgaben der 4. Übung.

   (b) Sei $(G,\cdot)$ eine Gruppe. Zeigen Sie: Definiert $x \mapsto x^{-1}$ einen Automorphismus von G, so ist G abelsch. 10 P.

3. Beweisen Sie: Seien K und N Normalteiler in der Gruppe G mit $K \subseteq N$. Dann ist N/K ein Normalteiler in G/K, und die Gruppen $(G/K)/(N/K)$ und G/N sind isomorph. 10 P.