Technische Universität Chemnitz 15. Februar 2012
Fakultät für Mathematik

Höhere Mathematik I.2

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: ein mit Namen versehenes beidseitig beliebig beschriftetes Blatt im Format A4

1. (11 Punkte)

Diskutieren Sie den Verlauf der Funktion $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ (Definitions- und Wertebereich, Stetigkeit, Achsenschnittpunkte, asymptotisches Verhalten, Monotonie, Extremwerte, Krümmung, Wendepunkte) und skizzieren Sie sie!

2. (6 Punkte)

a) Für welche reellen x ist durch $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x-2}}$ eine reelle Funktion definiert?

b) Berechnen Sie die Stammfunktion dieser Funktion!

c) Wie müssen in $\int_a^b \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt[4]{x-2}}$ die Grenzen a und b gewählt werden, damit es sich dabei um ein uneigentliches Integral mit endlichem Wert handelt?

d) Berechnen Sie dieses Integral in dem Fall, dass eine der beiden Integrationsgrenzen 18 ist und die andere Integrationsgrenze so gewählt wird, dass es sich um ein uneigentliches Integral mit endlichem Wert handelt!

3. (7 Punkte)

Ermitteln Sie die allgemeine reelle Lösung des Differenzialgleichungssystems $\dot{x} = -y$
$\dot{y} = x$!

4. (8 Punkte)

Bestimmen Sie mit der Simplexmethode die optimale Lösung und den optimalen Zielfunktionswert der Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} -x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 &\longrightarrow \max \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 &\le 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\le 3 \\ -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &\le 4 \\ \boldsymbol{x_1} \ge \mathbf{1},\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0,\ x_4 &\ge 0 \qquad ! \end{aligned}$$

5. (8 Punkte)

Untersuchen Sie die Funktion $f(x,y) = 27xy - xy^3 - 57x + 6\ln x$ auf Extremwerte!