Technische Universität Chemnitz 7. Februar 2011
Fakultät für Mathematik

Höhere Mathematik I.2

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: ein mit Namen versehenes beidseitig beliebig beschriftetes Blatt im Format A4

1. (8 Punkte)

a) Erläutern Sie die Bedeutung der Taylorpolynome nullten bis dritten Grades anhand der Position eines bewegten Objektes in Abhängigkeit von der Zeit!

b) Ermitteln Sie für den natürlichen Logarithmus $\ln x$ das quadratische Taylorpolynom an der Stelle $x_0 = 1$, bestimmen Sie damit einen Näherungswert für $\ln(1{,}1)$ und schätzen Sie den dabei gemachten Fehler mithilfe des Lagrangeschen Restglieds ab!

2. (3 Punkte)

Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an die Kurve $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \sqrt{2}\sin t \\ 2\sin^2 t \\ 16t^2 \end{pmatrix}$ im Punkt $\vec{x}(t_0)$ mit $t_0 = \dfrac{\pi}{4}$!

3. (6 Punkte)

Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung $y' = (\cos x^2)\,xy$!

4. (6 Punkte)

Ermitteln Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -3 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$!

5. (10 Punkte)

Lösen Sie die lineare Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 &\to \max \\ -x_1 + x_2 &\le 2 \\ x_1 + x_2 &\le 10 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

a) auf grafischem Wege **und**

b) mit dem Simplexverfahren!

Zeichen Sie die bei dem Simplexalgorithmus durchlaufenen Basislösungen in das Bild der grafischen Lösung ein!

6. (7 Punkte)

Untersuchen Sie die Funktion $f(x,y) = x^2(2-y) + y^2$ auf Extremwerte!