

## Höhere Mathematik I.2 Wiederholer

### Übung 9: Funktionen mehrerer Veränderlicher

- Geben Sie für  $f$  jeweils den größtmöglichen Definitionsbereich an.  
Stellen Sie die Funktion grafisch durch Niveaulinien dar!  
a)  $f(x,y) = \frac{1}{xy}$       b)  $f(x,y) = \sqrt{9-x^2-y^2}$       c)  $f(x,y) = x^2 + \frac{y}{2}$
- Wie verhält sich die Funktion  $f(x,y) = \frac{y}{x-y}$ , ( $x \neq y$ ) für  $(x,y) \rightarrow (0,0)$ , wenn man sich längs einer Geraden dem Ursprung nähert?
- Der Boden eines Teiches werde durch  $h(x,y) = x^2 - 6x + \frac{1}{2}y^2 + 2y - 11$  beschrieben.
  - Stellen Sie die Funktion  $h(x,y)$  durch Höhenlinien grafisch dar!
  - Hat die Funktion  $h(x,y)$  globale Maxima bzw. Minima? Wenn ja, wo liegen diese, wie kann man sie interpretieren?
  - Wie sollte man den Definitionsbereich, ausgehend von der Aufgabenstellung, sinnvollerweise wählen/einschränken?
  - Welchen Flächeninhalt hat die Teichoberfläche (die sich bei  $h(x,y) = 0$  befindet)?
- Bestimmen Sie alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung sowie Gradienten der Funktionen
  - $f(x_1, x_2) = \sqrt{1-x_1^2-x_2^2}$ ,
  - $f(x,y) = \sin(ax+by)$  allgemein und für  $(x,y) = (0,0)$ ,
  - $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2 \ln x_3 - x_1^2 x_2 e^{x_1}$
- Untersuchen Sie folgende Funktion auf stationäre Punkte und Extremwerte:
  - $f(x,y) = y^3 - 3x^2y + 24x + 8$
  - $f(u,v) = (u-6)^2 + (u+2)v^2 + 10$
  - $f(s,t) = t^4 - 4s^3t + 96s - 1$  !
- Berechnen Sie die Richtungsableitung von  $U(x,y,z) = \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2}$  im Punkt  $(x,y,z) = (4,6,15)$  in Richtung  $\vec{l} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  !
- Berechnen Sie die Ableitung der Funktion  $f(x,y) = \frac{8}{x^2+y^2}$  im Punkt  $(x,y) = (\sqrt{3}, 1)$  in die Richtung, die mit der positiven  $x$ -Achse einen Winkel von  $\frac{5\pi}{3}$  bildet!
- Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene an die Fläche  $z = \sqrt{xy}$  im Punkt  $(x,y,z) = (3,12,6)$  !