Technische Universität Chemnitz 24. Juli 2008
Fakultät für Mathematik

Höhere Mathematik I.2 für Bachelorstudiengänge / Mathematik für Chemiker II

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlungen, Vorlesungsskripts der beiden Semester, Arbeitsblätter zur Vorlesung, beliebige Taschenrechner

1. (8 Punkte)

Untersuchen Sie die Lagebeziehungen der Ebenen $x+2y+3z=4\cdot 10^{120}$, $-x+4y+2z=10^{122}$ und $8x-2y+az=b+2\cdot 10^{121}$ in Abhängigkeit von den Parametern a und b ! (Die Gleichung der ggf. existierenden Schnittmenge der 3 Ebenen muss nicht angegeben werden.)

2. (12 Punkte)

In einer Kompostanlage werden 2 Sorten Pflanzsubstrat hergestellt. Für die Herstellung von 1 hl Substrat Sorte A werden u.a. 40 l Füllstoffe und 20 l Kompost, für 1 hl Substrat Sorte B werden u.a. 40 l Füllstoffe und 40 l Kompost benötigt. Pro Hektoliter Substrat werden bei der Sorte A 3 € und bei der Sorte B 5 € erlöst. Es stehen **höchstens** 800 hl Füllstoffe zur Verfügung, sollen aber **mindestens** 880 hl Kompost verwendet werden. Unter den vorgegebenen Bedingungen soll der Erlös maximiert werden.

a) Stellen Sie das mathematische Modell auf!
b) Wenden Sie das grafische Lösungsverfahren auf das Modell an! Welche Schlussfolgerung ergibt sich?
c) Wenden Sie das Simplexverfahren auf das Modell an!

3. (8 Punkte)

a) Führen Sie für die Kurve $-3x_1^2+10\sqrt{3}x_1x_2-13x_2^2=18$ die Hauptachsentransformation aus und klassifizieren Sie sie!
b) Skizzieren Sie die Kurve im transformierten Koordinatensystem!

4. (6+4 Punkte)

Sei $f(x,y)=y^4-4x^3y+96x-1$.

a) Untersuchen Sie die Funktion auf stationäre Punkte und Extremwerte!
b) (**Zusatz**) In der Umgebung von $(x,y)=(0,1)$ sei durch $f(x,y)=0$ eine Funktion $y=\varphi(x)$ definiert. Ermitteln Sie durch implizite Differenziation einen Näherungswert für $\varphi(0.001)$!

5. (6 Punkte)

Bestimmen Sie den Punkt der Gerade $3x-y=1$, der dem Koordinatenursprung am nächsten liegt, durch Lösung einer Extremwertaufgabe mit Nebenbedingung!

Hinweis: Es ist zweckmäßig, das Minimum des Quadrats des Abstands vom Koordinatenursprung zu bestimmen!