Technische Universität Chemnitz 19. Februar 2008
Fakultät für Mathematik

Höhere Mathematik I.2 für Bachelorstudiengänge / Mathematik für Chemiker II

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlungen, Vorlesungsskripts der beiden Semester, Arbeitsblätter zur Vorlesung, beliebige Taschenrechner

1. (7 Punkte)

Ein Bauteil hat eine viereckige Öffnung mit den Eckpunkten $A = (1,2,3)$, $B = (3,3,4)$, $C = (4,1,5)$, $D = (2,0,4)$, Koordinateneinheit sei dabei Meter. Die Öffnung werde von einer Flüssigkeit mit der Geschwindigkeit $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ durchflossen.

a) Zeigen Sie, dass die Öffnung die Form eines Parallelogramms hat!
b) Wieviel Liter der Flüssigkeit fließen in 10 Sekunden durch die Öffnung?

2. (8 Punkte)

a) Wenden Sie den Gaußschen Algorithmus auf das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 &= -8 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 &= 13 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_4 &= 5 \\ x_1 - 3x_3 + 5x_4 &= \lambda \end{aligned}$$ an!

b) Für welche Werte des Parameters λ ist das Gleichungssystem lösbar?
c) Geben Sie im Falle der Lösbarkeit die allgemeine Lösung des Gleichungssystems an!

3. (9 Punkte)

Lösen Sie mit dem Simplexalgorithmus die Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 + 3 &\longrightarrow \min \\ 4x_1 + x_2 &\le 9 \\ 11x_1 - 13x_2 &\le 12 \\ x_1 \ge 1, \quad x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$!

4. (8 Punkte)

Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$!

5. (8 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Extremwerte der Funktion $f(x,y) = x^2y - 6xy + 9y + y\ln y$!
b) (**Zusatz**, $+5$ Punkte) Handelt es sich um globale Extremwerte?