Technische Universität Chemnitz 02. August 2007
Fakultät für Mathematik

Höhere Mathematik I.2 für Bachelorstudiengänge

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlung, Skript, Taschenrechner

1. (4 Punkte)

Bestimmen Sie den Punkt der Gerade $-7x+y=5$, der dem Punkt $(1,2)$ am nächsten liegt!

2. (7+4 Punkte)

Gegeben sei das Gleichungssystem
$$\begin{aligned} x_1+2x_2+3x_3+4x_4+6x_5&=0\\ 2x_1+5x_2+7x_3+9x_4+9x_5&=0\\ x_1+4x_2+5x_3+6x_4+ax_5&=1\\ x_1+3x_2+4x_3+5x_4+3x_5&=b \end{aligned}.$$

a) Wenden Sie auf das Gleichungssystem den Gaußschen Algorithmus an! Für welche Werte der Parameter a und b ist das Gleichungsystem lösbar? Geben Sie im Falle der Existenz die allgemeine Lösung des Gleichungssystems an!

b) (**Zusatz**, +4 Punkte) Wie viele frei wählbare Parameter enthält die allgemeine Lösung des zu dem gegebenen Gleichungsystem zugehörigen homogenen Systems? Geben Sie diese Lösung an!

3. (11 Punkte)

Für die Herstellung von drei Sorten Fleischsalat stehen 50 kg Fleischwurst und 14 kg Mayonnaise zur Verfügung. Der pro Einheit der einzelnen Sorten zu erzielende Gewinn und entstehende Materialbedarf ist in folgender Tabelle dargestellt:

	Sorte A	Sorte B	Sorte C
Gewinn	5 €	5 €	8 €
Fleischwurst	3 kg	2 kg	4 kg
Mayonnaise	2 kg	3 kg	1 kg

Aufgrund vertraglicher Bindung sind mindestens 2 Einheiten Sorte A herzustellen. Unter den vorgegebenen Bedingungen soll der Gewinn maximiert werden.

a) Stellen Sie das mathematische Modell der Optimierungsaufgabe auf!

b) Lösen Sie die Optimierungsaufgabe mit dem Simplexalgorithmus! Wie viele Einheiten der einzelnen Sorten sind herzustellen, welcher Gewinn ist erzielbar?

c) Welche Bedeutung haben die mit dem Simplexalgorithmus ermittelten Werte der Schlupfvariablen in der optimalen Lösung?

4. (9 Punkte)

a) Führen Sie für die Kurve $9x_1^2+12x_1x_2+4x_2^2+26\sqrt{13}x_1+13\sqrt{13}x_2=0$ die Hauptachsentransformation aus und klassifizieren Sie sie!

b) Zeichnen Sie die Kurve im transformierten Koordinatensystem!

5. (9 Punkte)

Untersuchen Sie die Funktion $f(x,y)=xy^2-4xy-2x+2e^x$ auf stationäre Punkte und Extrempunkte!