Technische Universität Chemnitz 04. August 2008
Fakultät für Mathematik

Höhere Mathematik I.1 für Bachelorstudiengänge / Mathematik für Chemiker I

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlungen, Vorlesungsskript, Arbeitsblätter zur Vorlesung, beliebige Taschenrechner

1. (6 Punkte)
Ermitteln Sie alle dritten Wurzeln aus der Zahl $-216\mathrm{i}$ in trigonometrischer und in algebraischer Darstellung!

2. (5 Punkte)
Einem Käufer wird für eine Ware, die bei sofortiger Zahlung 10 000 € kostet, eine Ratenzahlung von 5 jährlichen Raten, bestehend aus 4 Raten von 2000 € und einer Schlussrate von 4000 Euro angeboten, wobei die erste Rate sofort fällig ist. Der Käufer legt dem Vergleich der Angebote den Zinssatz seines Tagesgeldkontos von 3,8 % p.a. zugrunde. Bestimmen Sie den Barwert des Ratenkaufangebots! Ist dieses für den Käufer günstiger als die sofortige Zahlung?

3. (10 Punkte)
Berechnen Sie durch Taylorentwicklung der Funktion $f(x) = x\cos x - 3\sin x$ an der Stelle $x_0 = \frac{\pi}{2}$ bis zum quadratischen Glied einen Näherungswert für $f(\frac{\pi}{2} - 0{,}07)$ und schätzen Sie den dabei entstehenden Fehler mit dem Lagrangeschen Restglied ab!

4. (10+5 Punkte)
Zum Zeitpunkt $t = 0$ werden 1000 Bakterien in eine Nährlösung gegeben. Die Zahl der Bakterien entwickelt sich nach der Formel $f(t) = \dfrac{G}{1 + A\mathrm{e}^{-0{,}2t}}$, wobei die Sättigungsgrenze bei 20 000 Bakterien liegt.

a) Bestimmen Sie die Parameter G und A !
b) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(t)$ monoton wachsend ist!
c) Zu welchem Zeitpunkt beträgt die Zahl der Bakterien 10 000 ? Wie groß ist zu diesem Zeitpunkt die Wachstumsgeschwindigkeit der Population?
d) (**Zusatz**) Zu welchem Zeitpunkt wächst die Population am stärksten?

5. (9 Punkte)
Sei $f(x) = \sqrt{2x - x^2}\,(1 - x)$.

a) Für welche reellen x ist durch $f(x)$ eine reellwertige Funktion definiert?
b) Bestimmen Sie die Stammfunktion von $f(x)$ durch Rückführung auf ein Grundintegral mittels geeigneter Substitution!
c) Berechnen Sie den Flächeninhalt der über dem in a) ermittelten Definitionsbereich von der Funktion $f(x)$ und der x–Achse begrenzten Fläche!