Technische Universität Chemnitz 07. Februar 2008
Fakultät für Mathematik

Höhere Mathematik I.1 für Bachelorstudiengänge / Mathematik für Chemiker I

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlungen, Vorlesungsskript, Arbeitsblätter zur Vorlesung, beliebige Taschenrechner

1. (6 Punkte)

Ermitteln Sie alle vierten Wurzeln aus der Zahl -4096 in algebraischer und in trigonometrischer Darstellung und stellen Sie diese grafisch dar!

2. (6 Punkte)

Bei einem Ratenkauf sind für eine Ware, deren Ladenverkaufspreis 600 € beträgt, Monatsraten in Höhe von 30 € zu zahlen, die 3 bis 26 Monate nach dem Kaufzeitpunkt fällig sind.

a) Bestimmen Sie bei einem Kalkulationszinssatz von $\frac{1}{3}$ % pro Monat den Barwert des Ratenkaufpreises zum Zeitpunkt der Fälligkeit der ersten Rate, d.h. 3 Monate nach dem Kaufzeitpunkt!

b) Bestimmen Sie bei gleichem Kalkulationszinssatz den Barwert des Ratenkaufpreises zum Kaufzeitpunkt!

c) (**Zusatz**, $+4$ Punkte) Ermitteln Sie die Barwerte des Ratenkaufpreises auch für einen Kalkulationszinssatz von 1,3 % pro Monat! Welche Schlussfolgerung lässt sich aus dem Ergebnis ziehen?

3. (6 Punkte)

Berechnen Sie durch logarithmische Differenziation die Ableitung von $f(x) = \left(\frac{x^2+1}{x^2+3}\right)^{\sin 2x}$!

4. (8 Punkte)

Berechnen Sie durch Taylorentwicklung der Funktion $f(\varphi) = \sin\varphi$ an der Stelle $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$ bis zum quadratischen Glied mithilfe des bekannten Wertes von $\sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4}$ einen Näherungswert für $\sin 46^\circ$ und schätzen Sie den dabei entstehenden Fehler mit dem Lagrangeschen Restglied ab!

5. (8 Punkte)

Der Querschnitt eines Tunnels habe die Form eines Rechtecks mit Grundseite d und Höhe h, auf das ein Halbkreis mit Durchmesser d aufgesetzt ist. Der Umfang des Querschnitts beträgt 20 m. Bestimmen Sie die Grundseitenlänge d, für die der Flächeninhalt des Querschnitts am größten wird!

6. (6 Punkte)

Sei a ein positiver reeller Parameter und $f(x) = \frac{\sin ax}{\sqrt{1-\cos ax}}$.

a) Bestimmen Sie die Stammfunktion von $f(x)$ durch Rückführung auf Grundintegrale mittels geeigneter Substitution!

b) Berechnen Sie $\int_0^{\pi/a} f(x)\,\mathrm{d}x$!