Technische Universität Chemnitz 18. Juli 2007
Fakultät für Mathematik

Höhere Mathematik I.1 für Bachelorstudiengänge

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlung, Skript, Taschenrechner

1. (5 Punkte)

Es gelte die Implikation „Wenn es regnet, ist die Straße nass“. Aus welchen der folgenden Aussagen können aufgrund dieser Implikation Folgerungen gezogen werden, wenn ja, welche?

a) Es regnet. b) Es regnet nicht. c) Die Straße ist nass. d) Die Straße ist trocken.
e) Überall in der Stadt regnet es. f) Nirgends in der Stadt regnet es.
g) Über einigen Straßen der Stadt regnet es, über einigen nicht.
h) Alle Straßen der Stadt sind nass. i) Alle Straßen der Stadt sind trocken.
j) Einge Straßen der Stadt sind nass, einige trocken.

2. (7 Punkte)

Bestimmen Sie die algebraische Darstellung von $\dfrac{(2+\sqrt{12}\,\mathrm{i})^{66}}{2^{128}(1-\mathrm{i})^6}$, benutzen Sie dazu die trigonometrische Darstellung der Zahlen im Zähler und im Nenner!

3. (5 Punkte)

Ein Sparplan sieht die Einzahlung von 2000 € zu Beginn des ersten und von je 1000 € zu Beginn der neun folgenden Jahre vor, die Verzinsung erfolgt mit 4 % p.a. Welches Guthaben steht am Ende des zehnten Jahres zur Verfügung?

4. (7 Punkte)

Der Ausstattungsgrad deutscher Haushalte mit Personalcomputern betrug Anfang 2006 71,6 % und wuchs (absolut) mit einer Geschwindigkeit von $3{,}3\,\%/\mathrm{a}$ (a: Jahr). Die Wachstumsgeschwindigkeit **fiel** allerdings ihrerseits um $0{,}8\,\%/\mathrm{a}^2$.

a) Bestimmen Sie mithilfe der Taylorschen Formel näherungsweise den Anfang 2007 zu erwarten gewesenen Ausstattungsgrad!
b) Auch die Änderung der Wachstumsgeschwindigkeit ist nicht konstant. Es wird aber angenommen, dass sie sich im betrachteten Zeitraum zu keinem Zeitpunkt um mehr als $3{,}0\,\%/\mathrm{a}^3$ geändert hat. Schätzen Sie unter dieser Annahme den Fehler des Ergebnisses von a) ab!

5. (8+5 Punkte)

Der prozentuale Ausstattungsgrad von Haushalten mit Fernsehern in Abhängigkeit von der Jahreszahl t werde durch die Funktion $f(t) = \dfrac{96}{1+\mathrm{e}^{-0.2(t-1965)}}$ beschrieben.

a) Untersuchen Sie die Funktion $f(t)$ auf Monotonie und bestimmen Sie ihren Wertebereich!
b) In welchem Jahr hatten 48 % der Haushalte einen Fernseher? Wie groß war in diesem Jahr die Wachstumsgeschwindigkeit des Ausstattungsgrades?
c) (**Zusatz**, +5 Punkte) In welchem Jahr wuchs der Ausstattungsgrad am stärksten?

6. (8 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Stammfunktion von $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{ax}}{1+\mathrm{e}^{ax}}$ durch Rückführung auf Grundintegrale mittels geeigneter Substitution!
b) Berechnen Sie in Abhängigkeit vom reellen Parameter a das Integral $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\mathrm{e}^{ax}\,\mathrm{d}x}{1+\mathrm{e}^{ax}}$!