Technische Universität Chemnitz 19. Februar 2007
Fakultät für Mathematik

Höhere Mathematik I.1 für Bachelorstudiengänge

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlung, Skript, Taschenrechner

1. (5 Punkte)

Ein Elektronikmarkt gewährt in der ersten Verkaufswoche des Jahres auf bestimmte Produkte einen Rabatt von 19 %. Der so bestimmte tatsächliche Bruttoverkaufspreis enthält 19 % Umsatzsteuer auf den tatsächlichen Nettoverkaufspreis. Bestimmen Sie für ein derartiges Produkt, das unrabattiert 119 € kostet, den tatsächlichen Brutto- und Nettoverkaufspreis sowie die Umsatzsteuer!

2. (7 Punkte)

Berechnen Sie $1{,}5^{222\,222}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}\,\mathrm{i}}\right)^{444\,444}$!

3. (5 Punkte)

Jemand zahlt auf ein Jugendgirokonto, das bei quartalsweiser Zinsgutschrift mit 0,5 % pro Quartal verzinst wird, jeweils zu Quartalsbeginn 40 € ein. Welches Guthaben steht nach 3 Jahren zur Verfügung, wenn unterstellt wird, dass keine anderen Kontobewegungen stattfinden?

4. (7 Punkte)

Ein 30 Jahre alter Baum ist 11,52 m hoch und wächst in diesem Alter mit einer Geschwindigkeit von 48 cm/a (a: Jahr). Die Wachstumsgeschwindigkeit wächst ihrerseits um 1,2 cm/a^2.

a) Bestimmen Sie mithilfe der Taylorschen Formel näherungsweise die Höhe, die der Baum in einem Alter von 35 Jahren erreicht haben wird!
b) Auch die Änderung der Wachstumsgeschwindigkeit ist nicht konstant. Es wird aber angenommen, dass sie sich in der betrachteten Zeit um nicht mehr als 0,3 cm/a^3 ändert. Schätzen Sie unter dieser Annahme den Fehler des Ergebnisses von a) ab!

5. (8+4 Punkte)

Die Höhe einer Fichte in cm in Abhängigkeit vom Alter t in Jahren werde durch die Funktion $h(t)=\dfrac{4000}{1+9\,\mathrm{e}^{-0{,}058t}}-400$ beschrieben.

a) Untersuchen Sie die Funktion $h(t)$ auf Monotonie!
b) Wie ist der Definitionsbereich sinnvollerweise zu wählen, welcher Wertebereich ergibt sich? Wie groß kann die Fichte maximal werden?
c) (**Zusatz:**) In welchem Alter erreicht die Fichte eine Höhe von 16 m? Wie groß ist die Wachstumsgeschwindigkeit in diesem Alter?

6. (8 Punkte)

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche zwischen dem Grafen der Funktion $f(x)=\dfrac{x^{654\,320}\,\mathrm{e}^{x^{654\,321}}}{\mathrm{e}^{2x^{654\,321}}+1}$ und der x-Achse!