

Themenvorschlag für eine Bachelorarbeit

Zufallszahlen auf der Sphäre

Motivation: In numerischen Simulationen ist es oft wichtig zu einer gegebenen Dichtefunktion $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ eine passende Stichprobe $x_n, n = 1, \dots, N$ zu generieren. Im Fall $\Omega = [0, 1]$ sieht ein möglicher Algorithmus hierfür wie folgt aus:

1. Generiere Zufallszahlen $y_n \in [0, 1], n = 1, \dots, N$ bezüglich der Gleichverteilung auf dem Intervall $[0, 1]$.
2. Berechne die kumulative Verteilungsfunktion

$$F(y) = \int_0^y f(x) dx.$$

3. Berechne die Urbilder

$$x_n = F^{-1}(y_n).$$

Problembeschreibung:

1. Beweisen Sie, dass obiges Verfahren zu der gewünschten Verteilung x_n führt.
2. Überlegen Sie sich, wie das Verfahren auf $\Omega = [0, 1]^2$ verallgemeinert werden könnte.
3. Überlegen Sie sich eine Verallgemeinerung des Verfahrens auf $\Omega = \mathbb{S}^2$.

Betreuer: Dr. Ralf Hielscher