

# Themenvorschlag für ein Computerpraktikum

## Die Inversion der Radon-Transformation mit orthogonalen Polynomen

### Problembeschreibung

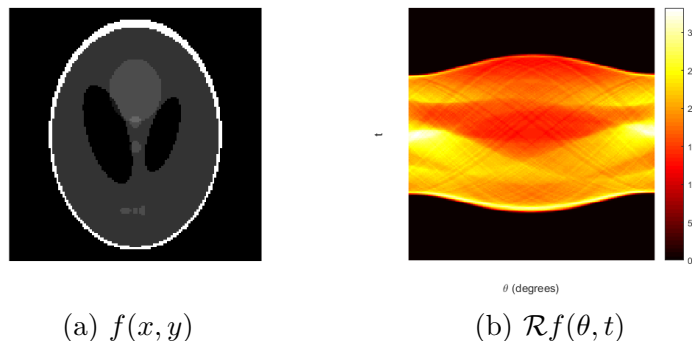
Für eine Funktion  $f: B \rightarrow \mathbb{R}$  auf der Einheitskreisscheibe  $B = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$  betrachten wir die Radon-Transformation

$$\mathcal{R}f(\theta, t) = \int_{I(\theta, t)} f(x, y) \, dx \, dy, \quad \theta \in [0, 2\pi), \, t \in [-1, 1],$$

welche  $f$  entlang aller Geraden

$$I(\theta, t) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \cos \theta + y \sin \theta = t\} \cap B$$

integriert. Die inverse Radon-Transformation bildet die mathematische Grundlage der Computertomografie (CT).



Das Standard-Verfahren zur Berechnung der inversen Radon-Transformation ist die gefilterte Rückprojektion (FBP), welche bereits in Matlab integriert ist. In [1] wurde ein weiteres Verfahren beschrieben: der OPED-Algorithmus (Orthogonal Polynomial Expansion on the unit Disc). In diesem Praktikum soll der OPED-Algorithmus implementiert und mit den herkömmlichen Verfahren verglichen werden.

### Arbeitsschritte

- i) Nutze die beiden Matlab-Funktionen `radon` und `iradon` aus der Imaging-Toolbox zur Berechnung bzw. Inversion der Radon-Transformation.
- ii) Implementiere die beiden Varianten des OPED-Algorithmus (Algorithm 4.2 und 4.4 aus [1]).
- iii) Vergleiche die Laufzeit und den Fehler der Algorithmen.
- iv) Implementiere den schnellen OPED-Algorithmus aus [2].

## Vorkenntnisse

Kenntnisse in Matlab sind hilfreich.

## Literatur

- [1] Y. Xu. A new approach to the reconstruction of images from Radon projections. *Adv. in Appl. Math.*, 36(4):388–420, 2006. doi:10.1016/j.aam.2005.08.004.
- [2] Y. Xu and O. Tischenko. Fast OPED algorithm for reconstruction of images from Radon data. *East. J. Approx.*, 13(4):427–444, 2007. URL: <https://arxiv.org/abs/math/0703617>.

## Betreuung

Dr. Ralf Hielscher

Email: [ralf.hielscher@mathematik.tu-chemnitz.de](mailto:ralf.hielscher@mathematik.tu-chemnitz.de)

Adresse: Reichenhainer Str. 39, Zimmer 727

Michael Quellmalz

Email: [michael.quellmalz@mathematik.tu-chemnitz.de](mailto:michael.quellmalz@mathematik.tu-chemnitz.de)

Adresse: Reichenhainer Str. 39, Zimmer 729