Thema für ein Programmierpraktikum:

Mittelwerte über nicht Euklidische Stichproben

Problembeschreibung:

Sei $x_n \in \mathbb{R}$, $n = 1, \ldots, N$ eine Stichprobe. Dann ist ihr Mittelwert gegeben durch $\overline{x} = \frac{1}{n}(x_1 + \cdots + x_n)$. Für Elemente $x_n \in (X, d_X)$, $n = 1, \ldots, N$ eines beliebigen metrischen Raumes ist diese Berechnung des Mittelwerts in der Regel nicht möglich. Alternativ kann man den Mittelwert als die Lösung des Minimierungsproblems

$$\overline{x} = \operatorname*{argmin}_{x \in X} \sum_{n=1}^{N} d_X(x, x_n)^2 \tag{1}$$

definiert werden.

Leider ist das Minimierungsproblem (1) im Allgemeinen nicht konvex und kann über viele lokale Extrema verfügen. Aus diesem Grund ist man daran interessiert für spezielle metrische Räume (X, d) geschlossene Formeln für die Bestimmung des Mittelwertes zu finden.

In dem Paper *Statistics of ambiguous rotations* von R. Arnold, P. Jupp und H. Schaeben beschreiben die Autoren eine Methode zur Bestimmung des Mittelwertes für Rotationen $x_n \in \mathrm{SO}(3)$ modulo Kristallsymmetrien. Eine solche Rotation wird durch eine orthogonale 3×3 Matrix mit Determinante 1 dargestellt. Der Abstand zweier Rotationen $x_1, x_2 \in \mathrm{SO}(3)$ ist durch die Formel

$$d(x_1, x_2) = \arccos(-1 + \operatorname{tr} x_1^{-1} x_2)$$

Aufgabenstellung:

Ziel des Computerpraktikums ist die Implementation und der Test der in dem oben genannten Paper beschriebenen Algorithmen in Matlab. Diese Implemenationen sollen dann Bestandteil der Matlab Toolbox MTEX werden.

Betreuer:

Dr. Ralf Hielscher
email: Ralf.Hielscher@mathematik.tu-chemnitz.de
Adresse: Reichenhainer Str. 39, Zimmer 727

Literatur:

- R. Arnold, P. E. Jupp & H. Schaeben, (2016). *Statistics of ambiguous rotations.*
- R. Arnold & P. E. Jupp, (2013). *Statistics of orthogonal axial frames.* Biometrika 100, 571–586.