

Computerpraktikum 11.07.2016  
„Approximation multivariater nichtperiodischer Funktionen“

I.) Approximieren Sie eine Funktion  $f$  auf einem Intervall  $[0, a]$  ( $a < 1$ ) durch ein trigonometrisches 1-periodisches Polynom  $p$  vom Grad  $n$ . Berechnen Sie die fehlenden Funktionswerte auf dem Intervall  $[a, 1)$  durch eine lokale Approximation aus  $m$  ( $m \ll n$ ) Daten der Funktion  $f$ . Nutzen Sie z.B. die MATLAB-Befehle “polyfit” und “polyval”.

Nutzen Sie die FFT zur Bestimmung der Koeffizienten  $p_k$  des trigonometrischen Polynoms

$$p(x) = \sum_{k=0}^{N-1} p_k e^{2\pi i k x} .$$

Berechnen Sie den Fehler  $|f - p|$  auf dem Intervall  $[0, a]$  auf einem feinen Gitter.

II.) Die Approximation von multivariaten periodischen Funktionen kann mit Hilfe von Lattice-Rules realisiert werden. Die Berechnung eines trigonometrischen Polynoms an rank-1 Gitterpunkten ist z.B. in [1, Algorithmus 1] beschrieben. Die Rekonstruktion eines trigonometrischen Polynoms aus Abtastwerten kann mit Algorithmus [1, Algorithmus 2] realisiert werden. Rekonstruktionsvektoren sind z.B. in [1, Tabelle 6.7] angegeben.

Aufgabe: Untersuchen Sie Approximationseigenschaften nichtperiodischer Funktionen, basierend auf rekonstruierenden rank-1 Gitterpunkten. Vergrößern Sie dazu das rechteckige nichtperiodische Gebiet etwas und berechnen Sie die fehlenden rank-1 Gitterpunkte durch eine lokale Approximation entlang des rank-1 Vektors.

## Literatur

- [1] L. Kämmerer, D. Potts, and T. Volkmer. Approximation of multivariate periodic functions by trigonometric polynomials based on rank-1 lattice sampling. *J. Complexity*, 31:543–576, 2015.