

## Themenvorschlag für das Computerpraktikum

# Erstellen einer grafischen Benutzeroberfläche zum Einlesen, Erstellen und Ändern von 2D-Finite-Elemente Netzen

Für die näherungsweise Lösung von partiellen Differentialgleichungen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) wird eine Beschreibung der Geometrie und der Randbedingungen des Problems in digitaler Form benötigt.

### Aufgabenstellung

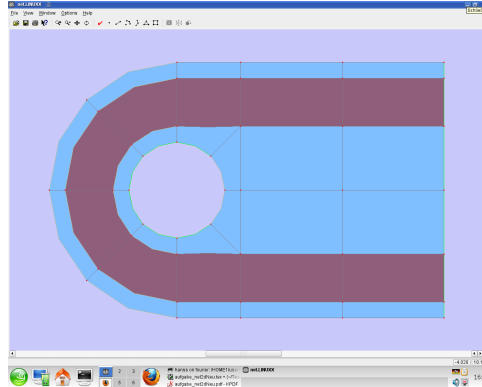
Um die Eingabe dieser sogenannten (Grob-)Netze zu erleichtern soll eine grafische Benutzeroberfläche programmiert werden die bestehende Dateien einlesen, ändern und speichern kann. Gewünschte Funktionen sind:

- mit Hilfe der Maus
  - Punkte bzw. Knoten erzeugen
  - (Gerade/Kreis/...) -Kanten durch Auswahl der Start- und Endknoten erzeugen
  - Elemente durch Auswahl der Kanten erzeugen
  - Kanten ihre Randbedingungen zuweisen
  - Elementen ihre Materialien zuweisen
- Kanten in  $n$  gleiche Teile teilen
- Dreiecke grün bzw. rot verfeinern (halbieren/vierteln)
- Vierecke halbieren
- Spiegeln, Rotieren, Verschieben von beliebig vielen der oben genannten Objekte.

Der Umfang der zu implementierenden Funktionen hängt dabei von der Anzahl der Bearbeiter des Themas ab. Wichtig ist dabei der modulare und verständliche Aufbau des Programms, die Kommentierung des Quelltextes und die Dokumentation des Projektes um eine leichte Erweiterbarkeit zu gewährleisten.

## Existierende Vorarbeiten

Es existiert ein C++-Programm, das ein Teil der Funktionen bietet. Weiterhin existieren Matlab und Fortran 77 Programme zum Einlesen der Datenstruktur.



## Vorkenntnisse

Von Vorteil sind Kenntnisse in folgenden Gebieten:

- objektorientierte Programmierung
- Programmierung von grafischen Benutzeroberflächen
- Versionsverwaltung mit `svn`
- Dokumentation mit Doxygen, Javadoc o.ä.

## Hintergrund und Motivation

Bei der näherungsweise Lösung von partiellen Differentialgleichungen spielt die Galerkin-Methode eine wichtige Rolle. Dabei werden, nach der Umformulierung in die schwache Form, die unendlich-dimensionalen Funktionenräume durch endlich-dimensionale Unterräume angenähert. Dabei entstehen lineare Gleichungssysteme (LGS) für die Koeffizienten der angenäherten Lösung bezüglich einer gewählten Basis. Die Eigenschaften des LGS hängen dabei von der Wahl der Basis der endlich-dimensionalen Räume ab. Die Finite-Elemente-Methode (FEM) ist dabei eine Möglichkeit jenseits von den Gebieten Einheits-Quadrat und -Kreis noch Basisfunktionen zu konstruieren. Bei der FEM im zweidimensionalen wird dabei das Gebiet in Dreiecke oder Vierecke zerlegt. Jede Basisfunktion ist dann nur auf wenigen zusammenhängenden Dreiecke bzw. Vierecke ungleich Null, d.h. sie hat einen beschränkten Träger. Dabei ist jeder Eintrag der Matrix des LGS vereinfacht gesagt ein Integral über dem Produkt zwischen zwei Basisfunktionen. Dadurch sind die Einträge der Matrix null, deren Träger beider Basisfunktionen disjunkt sind. Somit wird für viele solcher Basisfunktionen bzw. Elemente die Matrix dünn besetzt. Derartige Matrizen können entweder als dünn besetzte (sparse) Matrizen assembliert werden, oder als Struktur von kleinen Matrizen

gespeichert werden. Matrix-Vektor-Multiplikationen sind mit solchen Matrizen sehr günstig, da durch die Verwendung der Struktur die vielen Multiplikation mit den Null-Einträgen vermieden werden können. Bei der Galerkin-Methode mit Finite-Elemente Basis-Funktionen bieten sich somit zur Lösung des LGS das vorkonditionierte Verfahren der konjugierten Gradienten (PCGM) an, da die Matrix-Vektor-Multiplikation pro PCGM-Iteration sehr günstig ist. Um Anzahl der benötigten Iterationen des PCGM zu verringern wird im 2d-Fall der hierarchische YSERENTANT-Vorkonditionierer verwendet. Dieser benötigt eine möglichst "lange" Hierarchie im Netz. Eine Hierarchie entsteht durch die wiederholte Zerlegung (bspw.) eines Dreieckes in vier kongruente Dreiecke und die Mitführung dieses Zusammenhangs zwischen dem ursprünglichen Dreieck und seinen Teilen. Um eine lange Hierarchie zu erreichen wird mit nur wenigen Elementen gestartet und diese soweit verfeinert bis eine gewünschte Genauigkeit der Näherung erreicht wird. Um diese groben Netze auch für kompliziertere Geometrien einfach erstellen zu können soll das oben beschriebene Programm erstellt werden.

## Aufgabenstellung und Betreuung

Dipl.-Math. Hansjörg Schmidt  
Fakultät für Mathematik  
Reichenhainer Str. 41/616

Email: [hansjoerg.schmidt@mathematik.tu-chemnitz.de](mailto:hansjoerg.schmidt@mathematik.tu-chemnitz.de)  
Telefon +49 (0)371 531 37886