Vektorraumaxiome

Sei $\mathbb{K}$ Körper und V eine Menge, für deren Elemente eine Addition und eine Skalarmultiplikation definiert sind, also

(V0) $x + y \in V \;\; \forall x, y \in V$ und $\lambda \cdot x \in V \;\; \forall x \in V, \forall \lambda \in \mathbb{K}$.

Dann heißt V *Vektorraum über* $\mathbb{K}$ (oder $\mathbb{K}$-Vektorraum oder *linearer Raum*), falls die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

(V1) $(x + y) + z = x + (y + z) \quad \forall x, y, z \in V$

(V2) $x + y = y + x \quad \forall x, y \in V$

(V3) $\exists 0 \in V$ mit: $x + 0 = x = 0 + x \quad \forall x \in V$

(V4) $\forall x \in V \; \exists y \in V$ mit: $x + y = 0$. Bezeichnung: $-x := y$.

(V5) $\lambda \cdot (\mu \cdot x) = (\lambda \cdot \mu) \cdot x \quad \forall x \in V$ und $\forall \lambda, \mu \in \mathbb{K}$.

(V6) $1 \cdot x = x \quad \forall x \in V$

(V7) $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y \quad \forall x, y \in V$ und $\forall \lambda \in \mathbb{K}$.

(V8) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x \quad \forall x \in V$ und $\forall \lambda, \mu \in \mathbb{K}$.