Tabelle für den Ansatz einer partikulären Lösung bezüglich einer linearen DGL n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten

---

Gesucht wird eine partikuläre Lösung $y_p(x)$ der folgenden linearen DGL n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + a_2 y''(x) + a_1 y' + a_0 y = b(x), \quad a_i \in \mathbb{R}.$$

Dabei ist das charakteristische Polynom gegeben durch

$$p(\lambda) = \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0.$$

In der Tabelle seien $b_0, \ldots, b_m, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ durch die Störfunktion bzw. durch das charakteristische Polynom gegeben und $A_0, \ldots, A_m$ und $B_0, \ldots, B_m$ sind zu bestimmen.

Störfunktion $b(x)$	**Ansatz**
$b(x) = b_0 + b_1 x + \cdots + b_m x^m$	$y_p(x) = A_0 + A_1 x + \cdots + A_m x^m$ falls 0 keine Nullstelle von $p(\lambda)$ ist. $y_p(x) = x^k(A_0 + A_1 x + \cdots + A_m x^m)$ falls 0 eine k-fache Nullstelle von $p(\lambda)$ ist.
$b(x) = e^{\alpha x}(b_0 + b_1 x + \cdots + b_m x^m)$	$y_p(x) = e^{\alpha x}(A_0 + A_1 x + \cdots + A_m x^m)$ falls α keine Nullstelle von $p(\lambda)$ ist. $y_p(x) = x^k e^{\alpha x}(A_0 + A_1 x + \cdots + A_m x^m)$ falls α eine k-fache Nullstelle von $p(\lambda)$ ist.
$b(x) = \cos(\beta x)(b_0 + b_1 x + \cdots + b_m x^m)$ $b(x) = \sin(\beta x)(b_0 + b_1 x + \cdots + b_m x^m)$	$y_p(x) = \cos(\beta x)(A_0 + A_1 x + \cdots + A_m x^m)$ $+ \sin(\beta x)(B_0 + B_1 x + \cdots + B_m x^m)$ falls $i\beta$ keine Nullstelle von $p(\lambda)$ ist. $y_p(x) = x^k \cos(\beta x)(A_0 + A_1 x + \cdots + A_m x^m)$ $+ x^k \sin(\beta x)(B_0 + B_1 x + \cdots + B_m x^m)$ falls $i\beta$ eine k-fache Nullstelle von $p(\lambda)$ ist.
$b(x) = e^{\alpha x}\cos(\beta x)(b_0 + b_1 x + \cdots + b_m x^m)$ $b(x) = e^{\alpha x}\sin(\beta x)(b_0 + b_1 x + \cdots + b_m x^m)$	$y_p(x) = e^{\alpha x}\cos(\beta x)(A_0 + A_1 x + \cdots + A_m x^m)$ $+ e^{\alpha x}\sin(\beta x)(B_0 + B_1 x + \cdots + B_m x^m)$ falls $\alpha + i\beta$ keine Nullstelle von $p(\lambda)$ ist. $y_p(x) = x^k e^{\alpha x}\cos(\beta x)(A_0 + A_1 x + \cdots + A_m x^m)$ $+ x^k e^{\alpha x}\sin(\beta x)(B_0 + B_1 x + \cdots + B_m x^m)$ falls $\alpha + i\beta$ eine k-fache Nullstelle von $p(\lambda)$ ist.