Mathematik für Physik und Computational Science, 27. Übung

WS 2016/17 https://www.tu-chemnitz.de/~lahol/lehre/phcsb15

---

1. Lösen Sie die Integralgleichungen

(a) $y(x) = \int_0^x y(t)\mathrm{d}t + x + 1$ (b) $x^2 + y(x) = \int_a^x ty(t)\mathrm{d}t.$

2. Lösen Sie folgende Bernoulli-Differentialgleichungen:

(a) $xy' + y = xy^2 \log x$, (b) **(HA)** $(x - y^2)\mathrm{d}x + 2xy\mathrm{d}y = 0$,

(c) **(HA)** $y' + \dfrac{y}{1+x} + (1+x)y^4 = 0.$

3. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems $y' = Ay,\ y(0) = y_0$ für

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix},\ y_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

(mithilfe der Eigenwerte und Eigenvektoren),

(b) $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix},\ y_0 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

(mithilfe der Ansatzmethode),

(c) $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix},\ y_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

(mithilfe der Eigenwerte und Eigenvektoren),

(d) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix},\ y_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

(mithilfe der Eliminationsmethode und der matrixwertigen e-Funktion),

(e) $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},\ y_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$,

(f) **(HA)** $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix},\ y_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

4. Diskutieren Sie für die Matrizen A der Aufgaben 3. (a) bis (d) die Phasenportraits in der Umgebung des Nullpunktes!