Mathematik für Physik und Computational Science, 23. Übung

WS 2016/17 https://www.tu-chemnitz.de/∼lahol/lehre/phcsb15

---

1. Berechne das Oberflächenintegral 2. Art $\int_S \vec{v} \mathrm{d}\vec{S}$ (Bez. $\vec{r} = (x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ Ortsvektor zum Punkt $P(x, y, z)$, $\vec{v} = v(\vec{r})$ Vektorfeld), wenn
   (a) $v(\vec{r}) = \vec{r},\ S : x + y + z = a\ (a > 0),\ x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0$. (Normale zeige nach oben)
   (b) $v(\vec{r}) = \vec{r},\ S : x^2 + y^2 + z^2 = a^2$. (Normalenvektor zeige nach außen)
   (c) $v(\vec{r}) = (x, y, z - 1),\ S : z = x^2 + y^2,\ 0 \leq z \leq 4$. (Normalenvektor zeige nach unten)
   (d) **(HA)** $v(\vec{r}) = (x^3, y^3, z^3),\ S : x^2 + y^2 + z^2 = a^2$. (Normalenvektor zeige nach außen)
   (e) **(HA)** $v(\vec{r}) = (x, y, yz^2),\ S :$ Oberfläche eines achsenparallelen Würfels mit Mittelpunkt im Ursprung und Kantenlänge 2. (Normale zeige nach außen)

2. Berechne für das Vektorfeld
$$v(\vec{r}) = (x\mathrm{e}^y, x\mathrm{e}^z, z\mathrm{e}^x)$$
den Fluss durch die Fläche $y^2 + z^2 = a^2,\ -1 \leq x \leq 1$. (Normalenvektor zeige nach außen)

3. Berechne für das Vektorfeld $v(\vec{r}) = (y, -x, z)$ den Fluss durch eine Windung der Schraubenfläche
$$\vec{r} = (\rho \cos\varphi, \rho \sin\varphi, \frac{h}{2\pi}\varphi) \quad (0 \leq \rho \leq a,\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi)$$
(der Normalenvektor zeige nach oben)

4. Ein Vektorfeld v sei in $K = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 100,\ z \geq 5\}$ mithilfe der Vektorfunktion $v(x, y, z) = (xz, -10, y^2)$ definiert. Berechne den Fluss durch die Oberfläche von K
   (a) **(HA)** ohne Benutzung des Integralsatzes von Gauß,
   (b) mit Benutzung des Integralsatzes von Gauß