

1. Berechne

(a) $\iint_B x d(x, y), \quad B = \{(x, y) : x^2 + (y - 1)^2 \leq 1, y \leq -x + 2\},$

(b) **(HA)** $\iint_B (x^2 + y) d(x, y), \quad B \text{ endliches Gebiet, das von den Parabeln } y = x^2 \text{ und } y^2 = x \text{ begrenzt wird,}$

(c) $\iint_B \left(\frac{x}{y}\right)^2 d(x, y), \quad B \text{ wird von } y = x, x = 2, xy = 1 \text{ begrenzt.}$

2. Schreibe das Integral

$$\int_0^2 \int_0^x f(\sqrt{x^2 + y^2}) dy dx$$

auf Polarkoordinaten um!

3. Bestimme das Volumen des Körpers, der durch das elliptische Paraboloid $z = 2x^2 + y^2 + 1$, die Ebene $x + y = 1$ und die Koordinatenebenen begrenzt wird.

4. Berechne mit einem Raumintegral das Volumen des Körpers, der durch die Flächen $x^2 + y^2 = a^2$ und $x^2 + z^2 = a^2$ begrenzt wird.

5. **(HA)** Berechne das Raumintegral $\iiint_B f(x, y, z) d(x, y, z)$ für $f(x, y, z) = xyz$, B wird begrenzt von $z^2 = x^2 + y^2$, $x^2 + y^2 + z^2 = 8$, $x = 0$, $y = 0$, wobei $x, y, z \geq 0$.

6. Berechne das Volumen des Körpers, der von der Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ aus dem Zylinder $x^2 + y^2 \leq \frac{R^2}{4}$ herausgeschnitten wird.

7. **(HA)** Man bestimme die Masse und die Lage des Schwerpunktes der Kugel

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 2az,$$

wenn die Dichte in den Kugelpunkten dem Abstand dieser Punkte vom Koordinatenursprung umgekehrt proportional ist.

8. Ein Körper habe die Form eines Kegelstumpfes (Radien a, b , Höhe h). Berechne das Trägheitsmoment bzgl. seiner Achse für die Dichte $\rho = 1$.

9. **(HA)** Stelle das Raumintegral zur Berechnung des Volumens des Prismas auf, welches durch die Punkte $(0, 0, 0)$, $(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(2, 0, 2)$ und $(0, 2, 2)$ bestimmt wird.

10. **(HA)** Berechne die Masse des Körpers B , wenn die Dichte $\rho(x, y, z) = e^{x^2 + y^2}$ und $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq a^2, 0 \leq z \leq h\}$ ist.

18. Hausaufgabe

Abgabetermin: 20.10.2016

1. Lösen Sie alle mit **(HA)** gekennzeichneten Aufgaben der 19. Übung.