Mathematatik für Physik und Computational Science, 18. Übung

SS 2016 https://www.tu-chemnitz.de/~lahol/lehre/phcsb15

---

1. Bestimmen Sie die Extremstellen von $f(x_1, x_2)$ unter den angegebenen Nebenbedingungen.

   (a) $f(x_1, x_2) = 6 - 4x_1 - 3x_2$, wobei $x_1^2 + x_2^2 = 1$,

   (b) $f(x_1, x_2) = \cos^2 x_1 + \cos^2 x_2$, wobei $x_2 - x_1 = \frac{\pi}{4}$.

2. Durch
$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} + \frac{x_3^2}{c^2} = 1, \quad a, b, c > 0$$
   sei eine implizite Funktion $x_3 = f(x_1, x_2)$ gegeben. Man bestimme ihre partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung!

3. Man bestimme von folgenden, implizit gegebenen Funktionen $x_2 = f(x_1)$ bzw. $x_3 = f(x_1, x_2)$ die Extremstellen:

   (a) $x_1^3 + x_2^3 + 3ax_1x_2 = 0, \quad (a > 0)$,

   (b) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 - 11 = 0$.

4. Man bestimme die Integrationsgrenzen von
$$\iint\limits_B f(x, y) \mathrm{d}(x, y)$$
   bei Zurückführung dieses Integrals auf ein Doppelintegral für

   (a) B sei das Dreieck mit den Eckpunkten $A = (0, 0),\ B = (1, 1),\ C = (1, 0)$,

   (b) B sei das Dreieck mit den Eckpunkten in $A = (0, 0),\ B = (2, 0),\ C = (1, 1)$,

   (c) B wird begrenzt durch $x = 0,\ y = 1,\ y^2 = x$.

5. Vertausche die Integrationsreihenfolge

   (a) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) \mathrm{d}y \mathrm{d}x$, (b) $\displaystyle\int_{0}^{2} \int_{x}^{2x} f(x, y) \mathrm{d}y \mathrm{d}x$,

   (c) $\displaystyle\int_{1}^{\mathrm{e}} \int_{0}^{\log x} f(x, y) \mathrm{d}y \mathrm{d}x$, (d) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{0}^{a \cos \varphi} f(\varphi, r) \mathrm{d}r \mathrm{d}\varphi$.