Mathematik für Physik und Computational Science, 17. Übung

SS 2016 https://www.tu-chemnitz.de/~lahol/lehre/phcsb15

---

1. Man untersuche folgende Funktionen auf Extremwerte

   (a) $f(x_1,x_2)=x_1^3+3x_1x_2^2-15x_1-12x_2$,

   (b) **(HA)** $f(x_1,x_2)=\mathrm{e}^{x_1-x_2}(x_1^2-2x_2^2)$,

   (c) $f(x_1,x_2)=1-\sqrt{x_1^2+x_2^2}$,

   (d) **(HA)** $f(x_1,x_2)=(4x_1^2+x_2^2)\mathrm{e}^{-x_1^2-4x_2^2}$,

   (e) **(HA)** $f(x,y,z)=x^3+y^2+z^2+12xy+2z$,

   (f) $f(x,y)=\mathrm{e}^{xy}+x^2+ay^2,\ a>0$,

   (g) $f(x,y)=\mathrm{e}^{1-x^2-y^2}(x^2+3y^2)$.

2. Bestimmen Sie den größten und kleinsten Wert von $f(x_1,x_2)$ im angegebenen Gebiet:

   (a) $f(x_1,x_2)=x_1^2+x_2^2-x_1x_2+x_1+x_2, \qquad x_1\le 0,\ x_2\le 0,\ x_1+x_2\ge -3$,

   (b) **(HA)** $f(x_1,x_2)=\sin x_1+\sin x_2+\sin(x_1+x_2), \qquad 0\le x_1\le \frac{\pi}{2},\ 0\le x_2\le\frac{\pi}{2}$.

3. Bestimmen Sie die Extremstellen von $f(x_1,x_2)$ unter den angegebenen Nebenbedingungen.

   (a) $f(x_1,x_2)=6-4x_1-3x_2$, wobei $x_1^2+x_2^2=1$,

   (b) $f(x_1,x_2)=\cos^2 x_1+\cos^2 x_2$, wobei $x_2-x_1=\frac{\pi}{4}$.

4. (a) Gegeben seien n Punkte $(x_i,y_i)\in\mathbb{R}^2,\ i=1,2,\dots,n$. Bestimmen Sie eine Gerade (Ausgleichsgerade, Gaußsche Methode der kleinsten Quadrate) $y=ax+b$ so, dass

   $$f(a,b):=\sum_{i=1}^{n}(y_i-ax_i-b)^2$$

   minimal wird.

   (b) **(HA)** An welcher Stelle $x_0\in\mathbb{R}^n$ nimmt die Funktion

   $$f(x)=\sum_{j=1}^{p}\|x-a_j\|^2\ (a_1,\dots,a_p\in\mathbb{R}^n,\ p\in\mathbb{N})$$

   ihr globales Minimum an?

17. Hausaufgabe

Abgabetermin: 08.07.2016

---

1. Lösen Sie alle mit **(HA)** gekennzeichneten Aufgaben der 17. Übung.