Mathematik für Physik und Computational Science, 14. Übung

SS 2016 https://www.tu-chemnitz.de/~lahol/lehre/phcsb15

---

1. Entwickeln Sie folgende Funktionen in eine Potenzreihe nach Potenzen von $z \in \mathbb{C}$ (unter Verwendung bekannter Taylorreihen).

   (a) $f(z) = \mathrm{e}^{-z^2}$,

   (b) **(HA)** $f(z) = \sinh z$,

   (c) $f(z) = a^z$,

   (d) $f(z) = \dfrac{1}{(1+z)^2}$.

   Geben Sie den Konvergenzbereich an!

2. Entwickeln Sie folgende Funktionen in eine Potenzreihe zum Entwicklungspunkt z_0 und geben Sie den Konvergenzbereich an!

   (a) $f(z) = \mathrm{e}^z \quad (z_0 = \pi)$

   (b) $f(z) = \dfrac{1}{z-1} \quad (z_0 = 2)$

   (c) **(HA)** $f(z) = \sin z \quad (z_0 = \pi)$

   (d) **(HA)** $f(z) = z^2\mathrm{e}^{-z} \quad (z_0 = 0)$.

3. Entwickeln Sie folgende Funktionen in eine Fourierreihe im angegebenen Intervall nach dem Funktionensystem $\{1, \cos nx, \sin nx\}_{n=1}^{\infty}$ (Diskussion der Sprungstellen, Intervallenden und Skizze).

   (a) $f(x) = \sin ax$ in $(-\pi, \pi) \quad (a = \text{const})$,

   (b) $f(x) = |\cos x|$ in $(-\infty, \infty)$,

   (c) **(HA)** $f(x) = |x|$ in $(-\pi, \pi)$,

   (d) **(HA)** $f(x) = \operatorname{sgn} x$ in $(-\pi, \pi)$.

4. Zerlegen Sie $f(x) = x^2$ in eine Kosinusreihe! Bestimmen Sie mithilfe dieser Resultate die Summe der Reihen

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}, \quad S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}!$$

14. Hausaufgabe

Abgabetermin: 17.06.2016

---

1. Lösen Sie alle mit **(HA)** gekennzeichneten Aufgaben der 14. Übung.