Mathematik für Physik und Computational Science, 13. Übung

SS 2016 https://www.tu-chemnitz.de/∼lahol/lehre/phcsb15

---

1. Bestimmen Sie die Jordansche Normalform folgender Matrizen und geben Sie die Transformationsmatrix an:

(a) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, (b) **(HA)** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, (c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$,

(d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, (e) **(HA)** $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -3 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

2. Man untersuche die gegebenen Funktionenfolgen auf gleichmäßige Konvergenz. Ist die Grenzfunktion differenzierbar und darf man Limesbildung und Differentiation vertauschen?

(a) $f_n(x) = \begin{cases} \frac{n}{2}x^2 + \frac{1}{2n} & : |x| \le \frac{1}{n} \\ |x| & : |x| > \frac{1}{n} \end{cases}$ (b) **(HA)** $f_n(x) = \dfrac{\sin(n^2 x)}{n} + x,\ x \in \mathbb{R}$

(c) $f_n(x) = x - \dfrac{x^n}{n},\ x \in [0,1]$.

3. Man überprüfe die Funktionenfolgen auf punktweise bzw. gleichmäßige Konvergenz. Darf man Limesbildung und Integration vertauschen?

(a) $f_n(x) = \begin{cases} \min\left\{n, \frac{1}{x}\right\} & : x \in (0,1] \\ 0 & : x = 0 \end{cases}$ (b) **(HA)** $f_n(x) = \begin{cases} n\sin(nx) & : 0 < x \le \frac{\pi}{n} \\ 0 & : \frac{\pi}{n} < x \le 1 \end{cases}$

4. Zeigen Sie, dass die Funktionen $\{\sin kx, \cos lx\}_{k\in\mathbb{N}, l\in\mathbb{N}_0}$ auf $[-\pi,\pi]$ orthogonal zueinander sind.

13. Hausaufgabe

Abgabetermin: 10.06.2016

---

1. Lösen Sie alle mit **(HA)** gekennzeichneten Aufgaben der 13. Übung.
2. Zeigen Sie, dass $\{e^{\mathbf{i}kx}\}_{k\in\mathbb{Z}}$ im komplexen ein Orthogonalsystem auf $[-\pi,\pi]$ bilden.