Mathematik für Physik und Computational Science, 2. Hausaufgabe

Abgabetermin: 04. 12. 2015

WS 2015/16 https://www.tu-chemnitz.de/~lahol/lehre/phcsb15

---

1. Lösen Sie die Aufgaben 7 (b), 8 (c), 10 (f), 11 (c), 11 (e), 13 (c) und 15 (c) der 1. Übung!

2. Man berechne Real- und Imaginärteil folgender komplexer Zahlen:

   (a) $\dfrac{1}{1+\mathbf{i}\sqrt{3}}$, (b) $\dfrac{(1-\mathbf{i})^5-1}{(1+\mathbf{i})^5+1}$.

3. Stellen Sie folgende komplexe Zahlen in trigonometrischer Form dar:

   (a) -1, (b) $2-2\mathbf{i}$, (c) $(1+\mathbf{i})^3$, (d) $\frac{1+\mathbf{i}}{1-\mathbf{i}}$, (e) $\frac{2\mathbf{i}}{1+\mathbf{i}}$,

   (f) $\dfrac{(1+\mathbf{i}\sqrt{3})^5}{(1-\mathbf{i}\sqrt{3})^3}$, (g) $\dfrac{\cos\varphi+\mathbf{i}\sin\varphi}{\cos\varphi-\mathbf{i}\sin\varphi}$ $(\varphi\in\mathbb{R})$

   Berechnen Sie die vierten Potenzen dieser Zahlen sowohl unter Verwendung der binomischen Formel als auch unter Verwendung der Formel von Moivre.

4. Skizzieren Sie in der Gaußschen Zahlenebene die Menge aller komplexen Zahlen z mit der Eigenschaft

   (a) $z=\overline{z}$, (b) $z=\mathbf{i}\overline{z}$, (c) $\operatorname{Im}(z^2)=1$,

   (d) $0\le\operatorname{Im}z\le 2\pi$ und $|\operatorname{Re}z|<1$, (e) $|z|<1+\operatorname{Re}z$.

5. Sei $z=\dfrac{1}{1+\mathbf{i}\sqrt{3}}$. Für welche natürlichen Zahlen n ist z^n reell?

6. Man bestimme alle komplexen Lösungen folgender Gleichungen:

   (a) $z^5=1$, (b) $z^3-\mathbf{i}=0$, (c) $z^6=64$, (d) $\overline{z}^3=-8$,

   (e) $\mathbf{i}z^2-2z-\mathbf{i}+1=0$, (f) $(z-3\mathbf{i})^6+64=0$, (g) $\overline{z}=z^3$, (h) $z^2+4\mathbf{i}z=5$.

7. Zeigen Sie, dass Real- und Imaginärteil der komplexen Zahl

   $$z=\sqrt{3}+\frac{1+2\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\mathbf{i}$$

   irrationale Zahlen sind.

8. Drücken Sie $\cos(n\varphi)$ und $\sin(n\varphi)$ $(n\in\mathbb{N},\varphi\in\mathbb{R})$ mittels Potenzen von $\cos\varphi$ und $\sin\varphi$ aus.