Mathematik für Physik und Computational Science, 12. Hausaufgabe

Abgabetermin: 05. 11. 2015

WS 2015/16 https://www.tu-chemnitz.de/~lahol/lehre/phcsb14

---

1. Lösen Sie alle mit **(HA)** gekennzeichneten Aufgaben der 12. Übung!

2. Bestimmen Sie für folgende symmetrische Matrizen $A_i \in \mathbb{C}^{n\times n}$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ das charakteristische Polynom die Eigenwerte, deren algebraische Vielfachheit sowie ein dazugehöriges System von Eigenvektoren. Geben Sie die geometrische Vielfachheit der Eigenwerte sowie wenn möglich eine orthogonale (unitäre) Matrix B an, so dass B^*AB Diagonalgestalt hat

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & 7 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 6 \\ 3 & 6 & 13 \end{bmatrix}, \qquad A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \mathbf{i} & -1 & -\mathbf{i} \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -\mathbf{i} & -1 & \mathbf{i} \end{bmatrix}.$$

3. Sei A reguläre $n\times n$-Matrix, p das charakteristische Polynom von A. Zeige, dass $q(t) = (-t)^n \frac{1}{\det A} p\left(\frac{1}{t}\right)$ das charakteristische Polynom von A^{-1} ist!

4. Man zeige, dass 6 kein Eigenwert von $A^{10} - 7A^3 + A^2 + 7I$ mit $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ist!

5. Gibt es eine $n \times n$-Matrix für die jeder Vektor des R^n Eigenvektor zum Eigenwert 1 ist?