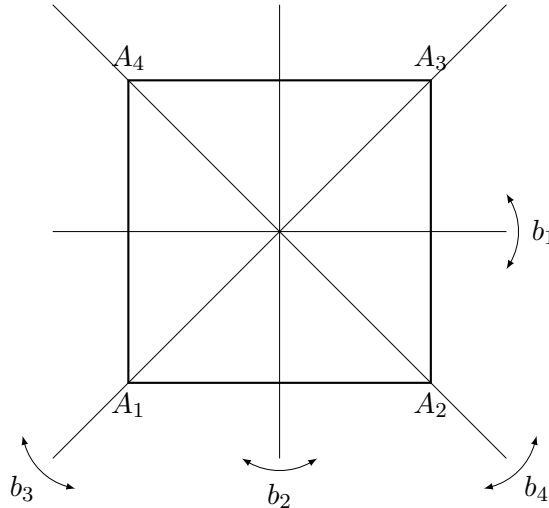


1. Lösen Sie alle mit **(HA)** gekennzeichneten Aufgaben der 10. Übung!
2. Geben Sie die Gruppentafel der Diedergruppe  $D_4$  des Quadrates an und zeigen Sie, dass  $D_4$  isomorph zu einer Permutationsgruppe der  $S_4$  ist. Verwenden Sie die Bezeichnungen:



$b_0$  identische Abbildung

$b_1, b_2, b_3, b_4$  Spiegelung an den entsprechenden Geraden

$b_5, b_6, b_7$  Drehungen entgegen dem Uhrzeigersinn um  $\frac{\pi}{2}, \pi$  bzw.  $\frac{3\pi}{2}$

3. Geben Sie alle abelschen Untergruppen der  $D_3$  und  $D_4$  an!
4. Geben Sie je einen nichttrivialen Normalteiler der  $D_3$  und  $D_4$  an!
5. Sei  $S[0, 1]$  die Menge aller bijektiven Abbildungen des Intervalls  $[0, 1]$  auf sich. Ist  $S[0, 1]$  versehen mit der Hintereinanderausführung eine Gruppe? Ist diese abelsch?
6. Zeigen Sie, dass die Menge  $M$  der Funktionen  $f_i : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ , gegeben durch  $f_1(t) = t$ ,  $f_2(t) = \frac{1}{t}$ ,  $f_3(t) = -t$  und  $f_4(t) = -\frac{1}{t}$  bezüglich der Komposition eine abelsche Gruppe der Ordnung 4 bildet (Gruppentafel). Ist diese isomorph zur  $\mathbb{Z}_4$  oder  $V_4$ ?