Mathematik für Physik und Computational Science, 9. Hausaufgabe

Abgabetermin: 27. 05. 2015

SS 2015 https://www.tu-chemnitz.de/~lahol/lehre/phcsb

---

1. Gegeben seien zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ mit $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$ und $|\vec{b}| = 4$, welche einen Winkel von $\frac{3\pi}{4}$ einschließen. Man berechne das Skalarprodukt $(\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} - \vec{b})$.

2. Gegeben seien $a = [3 \;\; 0 \;\; -1]^T$, $b = [-3 \;\; 0 \;\; 1]^T$, $c = [1 \;\; 2 \;\; -2]^T$, $d = [0 \;\; 0 \;\; 1]^T$ und $e = [1 \;\; 2 \;\; 0]^T$. Man berechne $(\vec{a}, \vec{c} \times \vec{d})$ sowie $\vec{a} \times \vec{b}$ und $\vec{e} \times \vec{d}$.

3. Zeigen Sie, dass die Mittelpunkte der Seiten eines beliebigen Vierecks die Eckpunkte eines Parallelogramms bilden!

4. Welchen Abstand hat der Punkt $(16, -9, 7)$ von der Ebene durch die Punkte $A(1, 4, 2)$, $B(0, -2, 1)$ und $C(2, 1, -1)$? In welchen Punkten schneidet diese Ebene die Koordinatenachsen?

5. Man bestimme die Gleichungen der Ebenen, die parallel zur Ebene $2x + 2y + z - 8 = 0$ liegen und von ihr den Abstand 4 haben.

6. Die Grundfläche einer dreiseitigen Pyramide habe die Eckpunkte $A(2, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$ und $C(0, 0, 6)$. Der Punkt $D(2, 3, 8)$ sei die Spitze der Pyramide. Man berechne
   (a) den Inhalt der Grundfläche,
   (b) die Höhe der Pyramide,
   (c) den Fußpunkt des Lotes von D auf die Grundfläche und
   (d) das Volumen der Pyramide.

7. Berechnen Sie den Abstand der Geraden
$$g_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{und} \quad g_2 = \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\}.$$

8. Bestimmen Sie den Abstand der Geraden
$$g_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 12 \\ -7 \\ 3 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 9 \\ -8 \\ 1 \end{bmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{und} \quad g_2 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\}$$
   sowie die Fußpunkte des gemeinsamen Lotes.