Mathematik für Informatiker

7. Übung – Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten

---

1. Geben Sie die allgemeine Lösung $u_h(t)$ folgender homogener Differentialgleichung an:
   a) $\ddot{u}(t) + 4\dot{u}(t) + 4u(t) = 0$
   b) $\ddot{u}(t) - \dot{u}(t) - 2u(t) = 0$
   c) $\ddot{u}(t) + 4u(t) = 0$
   d) $\dddot{u}(t) - 2\ddot{u}(t) - \dot{u}(t) + 2u(t) = 0$
   e) $\dddot{u}(t) + 2\ddot{u}(t) + \dot{u}(t) = 0$
   (Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse!)

2. Geben Sie eine partikuläre Lösung $u_p(t)$ für die Differentialgleichungen aus Aufgabe 1 an, wenn auf der rechten Seite "0" durch folgende Funktionen ersetzt wird:
   a) $25 \sin t$ b) $\cos t$ c) $3 \cos t$ d) $t^2 + \frac{1}{2}$ e) $t^2 + 2$

3. Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung
   $\ddot{u}(t) + 4\dot{u}(t) + 4u(t) = 25 \sin t,$
   die den Anfangsbedingungen
   $u(0) = 0, \qquad \dot{u}(0) = 1$
   genügt!
   Überprüfen Sie Ihr Ergebnis !

4. Bestimmen Sie alle Lösungen der Differentialgleichungen:
   a) $y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = e^{4x}$
   b) $y''(x) - y(x) = xe^{2x}$

Zusatz 1: Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y''(x) - 6y'(x) + 8y(x) = e^{2x}\,,\ y(0) = 0\,,\ y'(0) = \frac{5}{2}\ !$$

Zusatz 2: Erarbeiten Sie sich die Methode der Variation der Konstanten und lösen Sie damit

$$y''(x) + 4y(x) = \frac{1}{\sin 2x}\ .$$

5. Hausaufgabe:

- Aufgabe 1d),
- Aufgaben 2b), 2d),
- Aufgabe 4b).