Mathematik für Informatiker

1. Übung – Wiederholung: Elementarmathematik

1. Dividieren Sie:

   a) $(21a^3 - 34a^2b + 25b^3) : (7a + 5b)$
   b) $(9x^3 + 2y^3 - 7xy^2) : (3x - 2y)$

2. Vereinfachen Sie:

   a) $\dfrac{16 - 49m^2}{16 - 28m}$ b) $\dfrac{x^2 - 4y^2}{x^2 - 4xy + 4y^2}$ c) $\dfrac{a}{a^2 - 2ab + b^2} - \dfrac{a}{a^2 - b^2} + \dfrac{1}{a + b}$

   d) $\dfrac{\frac{a+1}{a-1} - 1}{\frac{a+1}{a-1} + 1}$ e) $\dfrac{\frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{y^2} - (\frac{1}{x})^2}$ f) $\left(a^{-x}\right)^{-2y}$ g) $\left(-a^{-3}\right)^{2n}$ $(n \in \mathbb{N})$

   h) $\left(\dfrac{b^{-5}x^2}{a^{-6}y^{-4}}\right)^4 \cdot \left(\dfrac{a^4b^{-3}}{x^{-1}y^{-2}}\right)^{-6}$ i) $a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{2}{3}}$ j) $a^{\frac{5}{3}} : a^{\frac{2}{5}}$

   k) $\sqrt[5]{a^2b^2}\ \sqrt[3]{ab^4}\ ab^{-1}$ l) $\sqrt[3]{a\sqrt{b}}$ m) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$

3. Geben Sie zu folgenden Ausdrücken die quadratische Ergänzung an

   a) $x^2 + 6x$ b) $z^2 - \frac{10}{7}z$ c) $\frac{16}{49}t^2 - \frac{16}{21}t$

4. Überprüfen Sie die Richtigkeit folgender Gleichungen

   a) $\dfrac{\sqrt[n]{a^{2n-3}} \cdot \left(\sqrt[n]{a}\right)^{n+7}}{\sqrt[n]{a^4}} = a^3$ b) $\dfrac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a^4 - x^4}}(a^2 + x^2)^{\frac{1}{2}} = (a - x)^{-\frac{1}{2}}$

   c) $0,5^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = 64^{-1}$

5. Machen Sie den Nenner rational:

   a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{3}+2}$ c) $\frac{1}{2\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

6. Verwenden Sie die Beziehungen

   $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \quad \tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \quad \tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1, \quad \cos\dfrac{\pi}{2} = 0, \quad \sin\dfrac{\pi}{2} = 1,$
   $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta,$ um zu zeigen, daß

   (a) $\sin(\alpha \pm \dfrac{\pi}{2}) = \pm\cos\alpha$
   (b) $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
   (c) $\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$
   (d) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
   (e) $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
   (f) $2\sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$

7. Lösen Sie folgende Gleichungen bzw. Gleichungssysteme

   (a) $\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} = 12$

(b) $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$

(c) $\dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = 5$

(d) $\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y} = a$
$\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y} = b$

(e) $(\frac{3}{7})^{3x-7} = (\frac{7}{3})^{7x-3}$

(f) $\lg(3^{\sqrt{4x+1}} - 2^{4-\sqrt{4x+1}}) - 2 = \frac{1}{4}\lg 16 - \sqrt{x+0.25}\,\lg 4$

8. Man löse folgende Ungleichungen

(a) $3^{4x^2-7x-14} \geq 9^{x^2-3x-4}$

(b) $2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}$

(c) $\sqrt{x+3} > \sqrt{x-9} + \sqrt{5-x}$

(d) $\sqrt{2+x-x^2} > x-4$

1. Hausaufgabe 1.Teil:

- Aufgabe 1e),1g),1m),
- Aufgabe 5b),
- Aufgabe 6d),6e),
- Aufgabe 7f) (Zusatz).

Abgabe: am 13. und 14.11. in der Übung