

Optimierung 1

Übung 5

1. Eine Menge K heißt *Kegel* (engl. *cone*), wenn mit $x \in K$ auch $\lambda x \in K$ für $\lambda > 0$. Zeige: Eine Menge C ist ein *konvexer Kegel* (Kegel und konvex), falls mit $x, y \in C$ auch $\lambda(x + y) \in C$ für beliebige $\lambda > 0$. Wie könnte die konvexe konische Hülle $\text{cone}(S)$ einer Menge $S \subset \mathbb{R}^n$ definiert und im Stile von Konvexkombinationen charakterisiert werden? Was ist $\text{lin}(C) = C \cap -C$ für einen konvexen Kegel C geometrisch?
2. Zeige: Ist $C \subset \mathbb{R}^n$ konvex, dann ist auch das Innere (*interior*) $\text{int}C$ und der Abschluss (*closure*) $\text{cl}C$ konvex.
3. Ein Graph heißt *Baum*, falls er zusammenhängend ist und keinen Kreis enthält. Zeige: Für $G = (V, E)$ ist äquivalent: (a) G ist ein Baum, (b) Je zwei Knoten von G sind durch genau einen Weg verbunden, (c) G ist zusammenhängend und $|E| = |V| - 1$.
4. Beschreibe, wie man das Rucksackproblem für Gewichte $b_i \in \mathbb{N}$ und Werte $c_i \in \mathbb{N}$, $i = 1, \dots, n$ und Gesamtgewicht $\bar{b} \in \mathbb{N}$ mit nur zwei Speicherarrays der Länge \bar{b} so implementieren kann, dass nachher für jeden Gewichtswert die optimale Zusammenstellung leicht ermittelbar ist. Führe diesen für die Daten $b = (3, 5, 7, 8)$, $c = (2, 4, 7, 8)$ und $\bar{b} = 16$ aus. Warum kann man o.B.d.A. annehmen, dass $c_i \in N$? Wie muss der Algorithmus abgändert werden, wenn nur jeweils höchstens ein Gegenstand der Art i eingepackt werden darf?
5. In AMPL werden die Dualvariablen y durch `display Name_der_Nebenbedingung;` ausgegeben. Formuliere und löse folgendes Problem in AMPL (oder mit dem eigenen Code): Aus Standardrollen der Breite 110 cm sind 48 Rollen der Breite 20, 35 Rollen der Breite 45, 24 Rollen zu 50, 10 Rollen zu 55 und 8 der Breite 75 zu schneiden. Vorerst seien nur die folgenden 6 Schnittmuster erlaubt:

Breite	1	2	3	4	5	6
20	3	1	0	2	1	3
45	0	2	0	0	0	1
50	1	0	1	0	0	0
55	0	0	1	1	0	0
75	0	0	0	0	1	0

- (a) Wieviele Standardrollen müssen mindestens geschnitten werden, damit der Bedarf für jede Breite abgedeckt ist?
- (b) Finde ein weiteres Muster, das diese Anzahl reduziert.
- (c) Versuche eine gute ganzzahlige Lösung mit diesen Schnittmustern anzugeben.