Technische Universität Chemnitz
Prof. Dr. C. Helmberg

Chemnitz, 11. Juli 2003

Optimierung 1
Übung 13

1. Stelle für das duale Barriere-Problem
$$\max_{y \in \mathbb{R}^m} b^T y + \mu \sum_i \log(c_i - [A_{\cdot,i}]^T y)$$
das System zur Bestimmung des Newton-Schritts Δy auf und vergleiche es mit dem System aus dem primal-dualen Verfahren.

2. Zeige L.III.5: Für $\Delta x, \Delta z$ aus dem primal-dualen Newton-Schritt, $x(\alpha) = \bar{x} + \alpha \Delta x$, $z(\alpha) = \bar{z} + \alpha \Delta z$, $\mu(x,z) = x^T z/n$ und eine Konstante $0 < \theta < 1$ sei
$$\text{(N)} \qquad \|x \circ z - \mu(x,z)e\| \le \theta \mu(x,z)$$
für $\alpha = 0$ und $\alpha = 1$ erfüllt, dann ist (N) für $\alpha \in [0,1]$ erfüllt.

3. Zeige, dass eine konvexe quadratische Nebenbedingung $x^T Q x + q^T x + c \le 0$ in einem semidefiniten Programm äquivalent durch
$$\begin{bmatrix} I & Q^{\frac{1}{2}} x \\ x^T Q^{\frac{1}{2}} & -q^T x - c \end{bmatrix} \succeq 0$$
dargestellt werden kann und daher sowohl konvexe quadratische Optimierung wie auch lineare Optimierung über dem quadratischen Kegel Spezialfälle der semidefiniten Optimierung sind.

4. Entwickle das duale semidefinite Programm zu
$$\begin{array}{ll} \min & x_{12} \\ \text{s.t.} & \begin{bmatrix} 0 & x_{12} & 0 \\ x_{12} & x_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 + x_{12} \end{bmatrix} \succeq 0 \end{array}$$
und zeige, dass primale und duale Optimalwerte nicht gleich sind. Wie lässt sich das geometrisch erklären (und beheben)?