Technische Universität Chemnitz
Prof. Dr. C. Helmberg

Chemnitz, 26. November 2002
Abgabe: 3. Dezember 2002

Einführung in die Diskrete Mathematik
Übung 7

1. (2 Punkte)
   Eine Knotenmenge U in einem Graphen G heißt *unabhängig*, falls keine zwei Knoten aus U durch eine Kante verbunden sind; $\alpha(G) = \max\{|U| : U \text{ unabhängig}\}$ heißt die *Unabhängigkeitszahl* von G. Berechne $\alpha(G)$ für Wege und Kreise.

2. (4 Punkte)
   Sei G ein Graph, in dem alle Ecken geraden Grad haben. Zeige, dass G so zu einem Digraphen D orientiert werden kann, dass in D stets $d^-(u) = d^+(u)$ gilt.

3. (5 Punkte)
   Sei $G = (V, E)$ zusammenhängend. Für $u \in V$ setzen wir $r(u) = \max\{d(u, v) : v \neq u\}$. Der Parameter $r(G) = \min\{r(u) : u \in V\}$ heißt der *Radius* von G, und $Z(G) = \{u \in V : r(u) = r(G)\}$ das *Zentrum* von G. Zeige, dass das Zentrum eines Baumes entweder aus einem Knoten oder aus zwei benachbarten Knoten besteht.

4. (5 Punkte)
   Sei $d_1 \geq \ldots \geq d_n > 0$ eine Folge natürlicher Zahlen. Zeige, dass $(d_1, \ldots, d_n)$ genau dann die Gradfolge eines Baumes ist, wenn $\sum_{i=1}^{n} d_i = 2n - 2$ gilt.

5. (2+2 Punkte)
   Ein Graph auf 10 Knoten sei durch die folgenden Adjazenzlisten gegeben:

1: 6,5,3,2	4: 2,3,5	7: 10	10: 7
2: 1,3,4	5: 4,3,1,6	8: 9	
3: 1,5,4,2	6: 1,9,5	9: 8,6	

   Führe den BFS und DFS Algorithmus beginnend mit $v_0 = 1$ und der gegebenen Adjazenzreihenfolge durch und bestimme die erzeugten Kantenmengen und Knotennummerierungen.