Technische Universität Chemnitz
Prof. Dr. C. Helmberg

Chemnitz, 19. November 2002
Abgabe: 26. November 2002

Einführung in die Diskrete Mathematik
Übung 6

1. (3 Punkte)
   Zeige, dass in einem zusammenhängenden Graphen je zwei längste Wege immer einen gemeinsamen Knoten haben.

2. (4 Punkte)
   Sei $G = (V, E)$ gegeben. Für $V' \subseteq V$ bezeichne $R(V')$ die Menge der Knoten in $V \setminus V'$, die mindestens einen Nachbarn aus V' haben. Dann gilt für die Bandbreite $b(G) \geq \max_{1 \leq s \leq |V|} \min\{|R(V')| : |V'| = s\}$

3. (2+1+3 Punkte)
   Zeige, dass eine Kante genau dann eine Brücke ist, wenn sie in keinem Kreis enthalten ist. Welche Graphen haben nur Brücken? Zeige ferner, dass G keine Brücke hat, falls alle Grade gerade sind.

4. (2 Punkte)
   Der vollständige bipartite Graph $K_{1,n-1}$ heißt *Stern*. Beweise oder widerlege: a) Falls ein Graph G auf n Knoten Durchmesser 2 hat, dann enthält G einen aufspannenden Stern (d.h. auf n Knoten). b) Falls G einen aufspannenden Stern enthält, dann hat G Durchmesser 2.

5. (5 Punkte)
   Für einen Graphen $G = (V, E)$ heißt $\overline{G} = (V, \overline{E} = \binom{V}{2} \setminus E)$ der Komplementgraph ($uv \in E \Leftrightarrow uv \notin \overline{E}$). Sei $G = (V, E)$ mit $|V| = n$ ein k-regulärer Graph. Zeige, dass die Gesamtzahl der Dreiecke in G und $\overline{G}$ genau $\binom{n}{3} - \frac{n}{2}k(n-k-1)$ ist.