Technische Universität Chemnitz | Chemnitz, 5. November 2002
Prof. Dr. C. Helmberg | Abgabe: 12. November 2002

# Einführung in die Diskrete Mathematik
# Übung 4

1. (3 Punkte)
   Wieviele natürliche Zahlen $\leq 1$ Million sind weder von der Form $x^2$ noch $x^3$ noch $x^5$?

2. (4 Punkte)
   Verallgemeinere das Inklusions-Exklusionsprinzip. Es seien $E_1, \ldots, E_m$ Eigenschaften der Elemente einer $n$-Menge $S$. Zeige, dass die Anzahl der Elemente, welche genau $t$ Eigenschaftem erfüllen, gegeben ist durch

$$\sum_{i_1<\ldots<i_t} N(E_{i_1}\ldots E_{i_t}) - \binom{t+1}{t} \sum_{i_1<\ldots<i_{t+1}} N(E_{i_1}\ldots E_{i_{t+1}}) + \ldots \pm \binom{m}{t} N(E_1 \ldots E_m)$$

3. (2+3 Punkte)
   Berechne $\sum_{k=1}^{n}(-1)^k k$ und $\sum_{k=1}^{n}(-1)^k k^2$ mit der Methode „Isolieren der Terme“.

4. (3+2 Punkte)
   Zeige, dass jede natürliche Zahl $n$ eine eindeutige Darstellung $n = F_{m_1} + \ldots F_{m_t}$ mit $m_i \geq m_{i+1} + 2$, $m_t \geq 2$ besitzt. Beispiel: 33=21+8+3+1.

5. (3 Punkte)
   Sei $A_n$ die Anzahl der Belegungen eines $2 \times n$-Rechtecks mit $1 \times 2$ Dominosteinen. Bestimme eine Rekursion für $A_n$ und berechne $A_n$.