Technische Universität Chemnitz
Prof. Dr. C. Helmberg

Chemnitz, 22. Oktober 2002
Abgabe am 29. Oktober 2002

Einführung in die Diskrete Mathematik
Übung 2

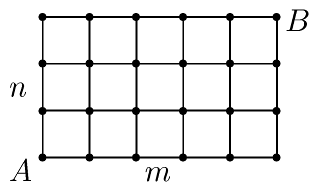
1. (4 Punkte)
   Leite folgende Rekursion für die (ungeordneten) Zahl-Partitionszahlen $P_{n,k}$ ab: $P_{n,1} = P_{n,n} = 1$ und $P_{n,k} = P_{n-k,1} + P_{n-k,2} + \ldots + P_{n-k,k}$.

2. (4 Punkte)
   Die Fibonacci Folge F_n ist rekursiv definiert durch $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ und $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ für $n \geq 2$. Zeige, dass die Summe der Binomialzahlen im Pascalschen Dreieck entlang einer Diagonale von rechts oben nach links unten stets die Fibonacci Zahl F_{n+k+1} ist. Beispiel: Die Diagonale mit dem Element $n = 4$, $k = 1$ ergibt $1 + 4 + 3 = 8 = F_6$.

3. (3 Punkte)
   Zeige $\binom{n}{r}\binom{r}{k} = \binom{n}{k}\binom{n-k}{r-k}$ und leite daraus $\sum_{k=0}^{m} \binom{n}{k}\binom{n-k}{m-k} = 2^m \binom{n}{m}$ ab.

4. (4 Punkte)
   Beim Lotto werden sechs Zahlen aus $\{1, 2, \ldots, 49\}$ ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gezogene Menge zwei Zahlen mit Differenz 1 enthält?

5. (5 Punkte)
   Betrachte ein Gitter, das von m horizontalen und n vertikalen Kanten aufgespannt wird.

   Wieviele verschiedene Wege gibt es von A nach B, die stets nach rechts oder nach oben führen?