Technische Universität Chemnitz
Prof. Dr. C. Helmberg

Chemnitz, 15. Oktober 2002
Abgabe am 22. Oktober 2002

Einführung in die Diskrete Mathematik
Übung 1

1. (2 Punkte)
   Wieviele verschiedene Wörter kann man durch Permutation der Buchstaben aus ABRAKADABRA bilden?

2. (4 Punkte)
   Es sei $N = \{1, 2, \ldots, 100\}$ und A eine Teilmenge von N mit $|A| = 55$. Zeige, dass A zwei Zahlen a und b enthält mit $a - b = 9$. Gilt dies auch für $|A| = 54$?

3. (2 Punkte)
   Zeige, dass für die Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$ gilt: $\binom{n}{0} < \binom{n}{1} < \ldots < \binom{n}{\lfloor n/2 \rfloor} = \binom{n}{\lceil n/2 \rceil} > \ldots > \binom{n}{n}$, wobei für gerades n die beiden mittleren Koeffizienten zusammenfallen.

4. (4 Punkte)
   Im Parlament eines Landes gibt es 151 Sitze und drei Parteien. Wieviele Möglichkeiten der Sitzverteilung gibt es, so dass keine Partei eine absolute Mehrheit hat?

5. (3+5 Punkte)
   Eine Möglichkeit, alle Teilmengen einer n-Menge in Form von 0,1-Wörtern aufzulisten, wird durch den rekursiv definierten Gray-Code beschrieben: $G(1) = \{0, 1\}$; Sei $G(n) = \{G_1, \ldots, G_{2^n}\}$, dann ist $G(n+1) = \{0G_1, 0G_2, \ldots, 0G_{2^n}, 1G_{2^n}, \ldots, 1G_1\}$. Zeige:

   (a) Je zwei benachbarte 0,1-Wörter in $G(n)$ unterscheiden sich in genau einer Stelle.

   (b) Sei $G(n, k)$ die Unterfolge von $G(n)$ mit genau k Einsen. Zeige, dass aufeinanderfolgende Wörter in $G(n, k)$ sich in genau zwei Stellen unterscheiden.