Mathematik für Physik und Computational Science, 42. Übung

WS 2016/17 https://www-user.tu-chemnitz.de/~creb/index.php

---

1. Eine Ersatzteillieferung enthalte eine Kiste Kugellager, zwei Kisten Zahnräder und drei Kisten Schrauben. Die Masse der Kisten (Bruttogewicht in kg) kann durch unabhängige und normalverteilte Zufallsvariablen $X, Y_1, Y_2, Z_1, Z_2, Z_3$ mit

$$X \sim \mathcal{N}(125, 1), \qquad Y_i \sim \mathcal{N}(84, 4) \; (i = 1, 2), \qquad Z_j \sim \mathcal{N}(65, 3) \; (j = 1, 2, 3)$$

beschrieben werden.

   (a) Berechen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Masse einer Ersatzteillieferung größer ist als 500 kg.

   (b) Wie viele solcher Ersatzteillieferungen darf man maximal auf einen Lastwagen laden, wenn die Gesamtmasse alle Ersatzteillieferungen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % unter 18 Tonnen liegen soll?

2. Historiker haben festgestellt, dass im Großraum Halle im Mittel zwei extreme Hochwasserereignisse pro Jahrhundert zu verzeichnen waren. Wir setzen voraus, dass dafür die Annahmen des Poissonprozesses (Stationarität, Homogenität und Ordinarität) gelten mögen.

   (a) Wie wahrscheinlich ist es, dass in einem Jahrhundert mehr als drei extreme Hochwassereereignisse im Großraum Halle auftreten?

   (b) Wie wahrscheinlich ist es, dass nach dem extremen Hochwasser 2013 innerhalb von 20 Jahren ein weiteres extremes Hochwasser in dieser Region auftreten wird?

3. Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz einer auf $[0, 1]$ gleichverteilten Zufallsgröße.

4. Es seien $f_j, \; j = 1, 2$ zwei unabhängige Zufallsgrößen mit

$$\mathbb{P}(f_j = k) = (1 - p)^k p, \; k = 0, 1, 2, \ldots, \; j = 1, 2,$$

wobei $0 < p < 1$. Bestimmen Sie die Verteilung von $[f_1 \; f_2]^T$ und von $f = \max\{f_1, f_2\}$.

5. Ein idealer Würfel wird 100 mal geworfen. Sei X die Summe der geworfenen Augenzahlen. Finden Sie eine obere Schranke für die Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(|X - 350| > 50)$.

6. In einer einfachen Analyse des Strommarktes wird davon ausgegangen, dass die täglich von Solar- und Windgeneratoren zwischen 12 und 13 Uhr erzeugte Energie in den Monaten April, Mai und Juni (91 Tage) die Realisierung einer normalverteilten Zufallsvariable $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ ist. Ein Analyst hat für die 91 Beobachtungen $x_1, \ldots, x_{91}$ die Summe

$$\sum_{i=1}^{91} x_i = 1802.142 \, GW$$

sowie eine Schätzung der Standardabweichung

$$S_n = 5.53 \, GW$$

berechnet.

   (a) Geben Sie eine erwartungstreue Schätzung für den Erwartungswert μ der erzeugten Energie an.

(b) Bestimmen Sie eine untere und eine obere Grenze für die Standardabweichung, welche mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % den wahren Wert von σ einschließen.

(c) Lässt sich anhand der Beobachtungen die Hypothese $\mu \leq 19$ mit Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0.1$ ablehnen?